

La matematica come insegnamento aperto all'innovazione didattica: "vecchi" e "nuovi" programmi

Potenza
14 aprile 2010
Grazia Grassi - SSIS Unibo



Anni	Documenti	Livello scolastico	Organizzazione
1979	D.M. 9 febbraio 1979 Programmi per la scuola media	Scuola Media	Contenuti suddivisi in Temi
1985	DPR n.104/1985 . Programmi didattici per la scuola elementare	Scuola elementare	Obiettivi
1985	Piano Nazionale Informatica (PNI)	Scuola Secondaria Superiore	Contenuti suddivisi in Temi
1991	D.M. 3 giugno 1991 Orientamenti dell'attività educativa nelle scuola materna statale	Scuola dell'infanzia	Campi di esperienza

Anni	Documenti	Livello scolastico	Organizzazione
2007	D.M. 31 luglio 2007 Indicazioni per il curriculum	Scuola dell'infanzia e primo ciclo di istruzione	Traguardi di competenze Obiettivi di apprendimento per Nuclei fondanti
2010	Indicazioni nazionali per i Licei - 15/03/2010 (Bozza)	Licei	Competenze Obiettivi di apprendimento per Nuclei fondanti



D.M. 9 febbraio 1979

Programmi per la scuola media

- **Contenuti suddivisi in 7 temi:**
 - **La geometria prima rappresentazione del mondo fisico**
 - **Insiemi numerici**
 - **Matematica del certo e del probabile**
 - **Problemi ed equazioni**
 - **Il metodo delle coordinate**
 - **Trasformazioni geometriche**
 - **Corrispondenze ed analogie strutturali**
- **Obiettivi e finalità generali sull'insegnamento della matematica**
- **Docente autore di un progetto didattico fatto di obiettivi specifici e contenuti organizzati per temi, attraverso i tre anni di scuola**




Obiettivi e finalità generali dell'insegnamento della matematica - Scuola media 1979

- Suscitare un interesse che stimoli le capacità intuitive degli alunni;
- Condurre gradualmente a verificare la validità delle intuizioni e delle congetture con ragionamenti via via più organizzati;
- Sollecitare ed esprimersi e comunicare in un linguaggio che, pur conservando piena spontaneità, diventi sempre più chiaro e preciso, avvalendosi anche dei simboli, rappresentazioni grafiche, ecc. che facilitino l'organizzazione del pensiero;
- Guidare alla capacità di progressiva chiarificazione dei concetti e facendo riconoscere analogie in situazioni diverse, così da giungere a una visione unitaria su alcune idee centrali (variabile, funzione, trasformazione, struttura ...);
- Avviare alla consapevolezza e alla padronanza del calcolo.



Metodi - Scuola media 1979

- Si farà ricorso ad osservazioni, esperimenti, problemi tratti da situazioni concrete così da motivare l'attività matematica della classe, fondandola su una sicura base intuitiva
 - Verrà dato ampio spazio all'attività di matematizzazione intesa come interpretazione matematica della realtà nei suoi vari aspetti (naturali, tecnologici, economici, linguistici ...) con la diretta partecipazione degli allievi
 - Influenza di Emma Castelnuovo
 - Prende concretezza la scuola attiva nello specifico della matematica
 - La Didattica della matematica è disciplina con una sua dignità autonoma
- 

Gli Insiemi - Scuola media 1979

- Il linguaggio degli insiemi come strumento di chiarificazione, di visione unitaria e di valido aiuto per la formazione dei concetti.
- Si eviterà una trattazione teorica a sé stante



Scuola media 1979

No ad eccessi di "calcolismo"

Argomenti come:

- La scomposizione in fattori primi
- La ricerca di MCD e mcm
- Il calcolo di grosse espressioni aritmetiche
- L'algoritmo di estrazione della radice quadrata
- Il calcolo letterale avulso da riferimenti concreti

non dovranno avere un valore preponderante
nell'insegnamento e nella valutazione



D.M. 9 febbraio 1979

Programmi per la Scuola media

○ **Parola Chiave:**

Matematizzazione

" .. Verrà dato ampio spazio all'attività di
matematizzazione intesa come interpretazione
della realtà nei suoi vari aspetti (naturali,
tecnologici, economici, linguistici, ..)



D.P.R. n.104/1985. Programmi didattici per la scuola elementare

- Organizzati per temi (primi due anni, ultimi tre anni)
- Obiettivi esplicitati in relazione ad ogni tema, scanditi in modo progressivo, indicando a quale livello sviluppare i contenuti suggeriti implicitamente negli obiettivi
- Parola chiave: Problemi
“Introdurre le attività matematiche attraverso situazioni problematiche significative per gli allievi”



D.P.R. n.104/1985 - Programmi didattici per la scuola elementare

- Viene proposto il pensiero che si è affermato nei programmi della scuola media; la matematica è strumento di mediazione tra l'uomo e la realtà: fornisce strumenti pratici, ma soprattutto la formazione del pensiero (acquisizione di concetti e strutture)
 - Emma Castelnuovo
 - Positivismo critico di Enriques
 - Piaget e lo sviluppo psicogenetico
- I programmi si aprono con un riferimento alla Costituzione: bambino come cittadino
- Non è possibile giungere all'astrazione matematica senza percorrere un lungo itinerario che collega l'osservazione della realtà, l'attività di matematizzazione, la risoluzione dei problemi, la conquista dei primi livelli di formalizzazione.



D.P.R. n.104/1985

Programmi didattici per la scuola elementare

○ Cinque Aree ar

- I problemi
- Aritmetica
- Geometria e misu
- Logica
- Probabilità, statistica e informatica

Che cosa si intende per problema? Problema scolastico, problema riferito al reale?

Logica come metodo di lavoro in matematica, Logica come obiettivo da sviluppare, Logica elementare (connettivi, rappresentazioni con insiemi)

Matematica della quotidianità

Nei fatti spesso dimenticata

Piano Nazionale per l'Informatica (PNI) Scuola Secondaria superiore - 1985

- Contenuti raggruppati in 5 temi:
 - Elementi di Logica e di informatica
 - La geometria del piano e dello spazio
 - Gli insiemi numerici e il calcolo
 - Relazioni e funzioni
 - Elementi di probabilità e di statistica
- Continuità programmi Scuola Media (matematizzazione del reale), formalizzazione più rigorosa
- Parole chiave: **informatica e algoritmi**



MATEMATICA: i nuclei fondanti

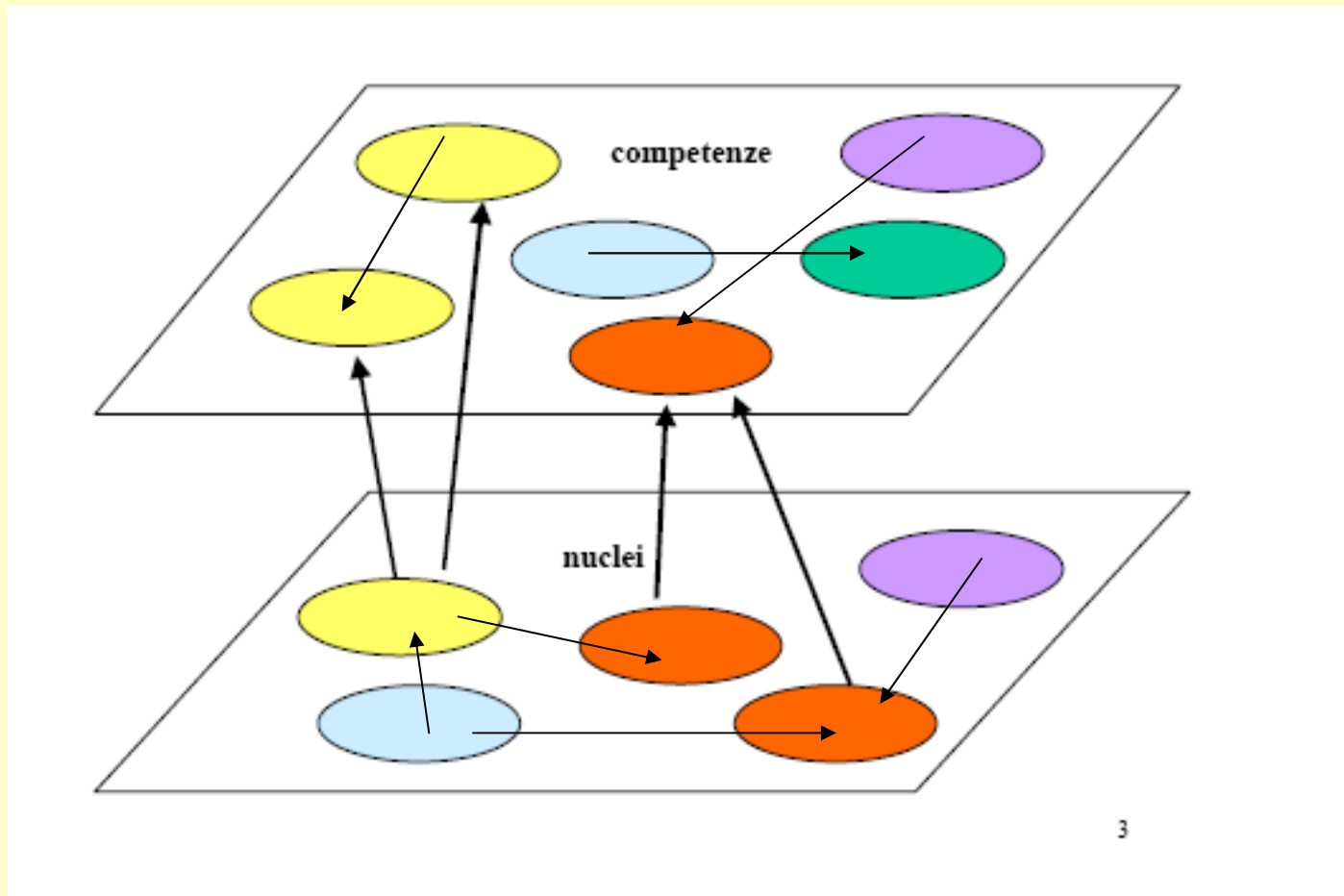
Indicazioni Nazionali e Indicazioni per il curricolo	OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (idee chiave)	TIMSS 2007 Content domains (domini di contenuto)	NCTM Standards 2000 Contents (contenuti)
NUMERI	QUANTITA'	NUMERO	NUMERI E OPERAZIONI
SPAZIO E FIGURE	SPAZIO E FORMA	GEOMETRIA	GEOMETRIA
RELAZIONI E FUNZIONI	CAMBIAMENTI E RELAZIONI	ALGEBRA	ALGEBRA
MISURE, DATI E PREVISIONI	INCERTEZZA	DATI E CASO	ANALISI DEI DATI E PROBABILITA'

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement www.invalsi.it



Nuclei e Competenze



○ I nuclei fondanti dell'apprendimento,

- attorno ai quali si costruisce il curricolo scolastico,
- costituiscono i concetti più significativi,
- generativi di conoscenze e ricorrenti in vari punti dello sviluppo di una disciplina,
- ricavati analizzandone la struttura
- tenendo conto sia degli aspetti storico-epistemologici che di quelli psicopedagogici e didattici.



Le Indicazioni nazionali per la scuola secondaria di secondo grado: i Licei

(Bozza 15/03/2010)

I Nuclei fondanti

Primo Biennio

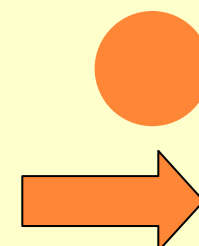
• <u>Aritmetica e Algebra</u>	<u>3[^]</u>	<u>5[^]</u>	<u>3[^]M</u>	<u>Esempi</u>
• <u>Geometria</u>	<u>3[^]</u>	<u>5[^]</u>	<u>3[^]M</u>	<u>Esempi</u>
• <u>Relazioni e funzioni</u>	<u>3[^]</u>	<u>5[^]</u>	<u>3[^]M</u>	<u>Esempi</u>
• <u>Dati e previsioni</u>			<u>3[^]M</u>	<u>Esempi</u>

Secondo Biennio

- Aritmetica e Algebra
- Geometria
- Relazioni e funzioni
- Dati e previsioni

Quinto Anno

- Geometria
- Relazioni e funzioni
- Dati e previsioni



Indicazioni per il curricolo 31/07/2007

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria

Numeri

- Contare oggetti o eventi, con la voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre o quattro.
- Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, con consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione, anche rappresentandoli sulla retta.
- Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.
- Conoscere con sicurezza le tabelline della moltiplicazione dei numeri fino a 10. Eseguire le operazioni con i numeri naturali con gli algoritmi scritti usuali.
- Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali, rappresentarli sulla retta ed eseguire semplici addizioni e sottrazioni, anche con riferimento alle monete o ai risultati di semplici misure.

Rappresentazione
in diversi registri

Apprendimento
di algoritmi

Concetto di
numero naturale,
decimale



Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

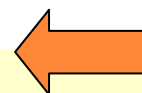
Numeri

- Conoscere la divisione con resto fra numeri naturali; eseguire la divisione di un numero.
- Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali ed eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.
- Dare stime per il risultato di una operazione.
- Conoscere il concetto di frazione e di frazioni equivalenti.
- Utilizzare frazioni e percentuali per descrivere situazioni.
- Interpretare dati in contesti concreti.
- Rappresentare dati sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.
- Conoscere sistemi di notazioni dei numeri che sono o sono stati in uso in luoghi, tempi e culture diverse dalla nostra.

Apprendimento
di algoritmi

Rappresentazione
in diversi registri

Concetto di
numero naturale,
di frazione come
operatore, di
numero decimale



Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

Numeri

– Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni mentalmente o a penna e, se opportuno, con l'ausilio di strumenti (calcolatrice) o conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali) oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, valutando quale strumento può essere più opportuno, a seconda delle situazioni e degli obiettivi.

Rappresentazione
in diversi registri

– Dare stime approssimate per il risultato di una operazione, anche per controllare la plausibilità di un risultato.

Apprendimento
di algoritmi

– Rappresentare numeri naturali e interi sulla retta.

– Utilizzare i numeri in contesti significativi per le scienze e la vita quotidiana.

– Descrivere rapporti e quozienti mediante frazioni.

– Utilizzare frazioni equivalenti e numeri decimali.

Concetto di numero
naturale, di frazione
come operatore, di
frazioni equivalenti

– Rappresentare numeri naturali e interi in diversi modi, essendo consapevoli di vantaggi e svantaggi delle diverse rappresentazioni danno a seconda degli obiettivi.

– Calcolare percentuali.

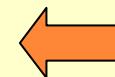
– Interpretare un aumento percentuale di una quantità data come una moltiplicazione per un numero maggiore di 1.

- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.
- Comprendere il significato e l'utilità del moltiplicare e dividere per il divisore comune più grande in matematica e in diverse situazioni.
- Scomporre in fattori primi e riconoscere la composizione in fattori primi di un numero naturale.
- Utilizzare la notazione usata per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato.
- Usare le proprietà delle potenze anche per semplificare calcoli e notazioni.
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.
- Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.
- Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2.
- Eseguire mentalmente semplici calcoli, utilizzando le proprietà delle operazioni per raggruppare e semplificare le operazioni.
- Descrivere con una espressione numerica la sequenza di operazioni che porta alla soluzione di un problema.
- Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essere consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.

**Apprendimento
di algoritmi**

**Rappresentazione
in diversi registri**

**Concetto di numero
naturale, di frazione
come operatore, di
numero decimale**



Domanda	Commento
<p>D2. Quanto vale la potenza $(-4)^2$?</p> <p>A. - 16</p> <p>B. - 8</p> <p>C. 8</p> <p>D. 16</p>	<p>Lo studente deve conoscere una semplice regola delle potenze e applicarla correttamente. È stata risolta correttamente dall'81,3% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato; eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essendo consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.</i></p>

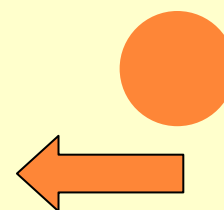
Domanda	Commento
<p>D10 In una scuola con 300 allievi, 45 tifano per la squadra del Borgorosso. Quale delle seguenti affermazioni è vera?</p> <p>A. Un ragazzo su 6 è tifoso del Borgorosso.</p> <p>B. I tifosi del Borgorosso sono il 25% degli allievi.</p> <p>C. I tifosi del Borgorosso sono il 15% degli allievi.</p> <p>D. Un quinto degli allievi è tifoso del Borgorosso.</p>	<p>Lo studente deve saper collegare rappresentazioni diverse nell'ambito Numeri: linguaggio naturale (un ragazzo su 6...), percentuali e frazioni.</p> <p>È stata risolta correttamente dal 73,4% degli studenti, ma entrambe le opzioni a e b hanno avuto percentuali di risposta intorno al 10%.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</i></p>

Domanda	Commento
<p>D15. Un club sportivo ha 150 atleti e ogni iscritto pratica un solo sport: il tennis, la scherma o l'atletica leggera. $\frac{2}{5}$ degli atleti praticano il tennis e $\frac{1}{3}$ la scherma. Quanti sono quelli che si dedicano all'atletica?</p> <p>A. 40</p> <p>B. 50</p> <p>C. 60</p> <p>D. 70</p>	<p>Un quesito sulla frazione come operatore: di routine nella scuola media.</p> <p>È stato risolto correttamente dal 73,4% degli studenti. L'opzione c ha avuto il 12,2%.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007: utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</i></p>



Domanda	Commento
<p>D16. Confronta il numero 3,25 con le coppie di numeri elencate sotto. In una di esse 3,25 è maggiore del primo numero e minore del secondo. In quale?</p> <p>A. 2 e 3</p> <p>B. $\frac{7}{2}$ e $\frac{15}{4}$</p> <p>C. 3 e $\frac{7}{2}$</p> <p>D. $\frac{15}{4}$ e 4</p>	<p>In questo quesito si tratta di confrontare decimali e frazioni.</p> <p>È stato risolto dal 71,9% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: rappresentare i numeri conosciuti sulla retta.</i></p>

Domanda	Commento
<p>D7. Scrivi al posto dei puntini il numero che rende vera la seguente uguaglianza:</p> $4 \times \dots = 1,6$	<p>Il quesito richiede di conoscere i numeri decimali e sapere lavorare con essi.</p> <p>È stato risolto correttamente dal 78% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: dare stime per il risultato di un'operazione.</i></p>



OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO

PR Apprendimento
di algoritmi

Il primo biennio è dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico.

Sarà sviluppata la padronanza del calcolo (mentale e con strumenti) con numeri interi, con i numeri razionali come frazione che nella rappresentazione decimale. Verranno studiate le proprietà delle operazioni.

Rappresentazione
in diversi registri

Lo studio dell'algoritmo euclideo permetterà di approfondire la struttura dei numeri interi e di conoscere un esempio importante di procedimento algoritmico.

Si introdurranno in maniera intuitiva i numeri reali con riferimento alla loro rappresentazione geometrica acquisendo familiarità con la rappresentazione esplicita. La dimostrazione dell'irrazionalità di e e di altri numeri offre un'importante occasione di approfondimento concettuale.

Concetto di
numero naturale,
intero,
razionale, reale

Lo studio dei numeri irrazionali e delle espressioni in cui compaiono fornirà un esempio significativo di applicazione del calcolo algebrico e un'occasione per introdurre il tema dell'approssimazione. Va evitato il tecnicismo manipolatorio del calcolo dei radicali.

Apprendimento
di algoritmi

Si studieranno i concetti di base del calcolo letterale e si studieranno i polinomi e le operazioni tra polinomi che la necessaria acquisizione di una capacità di astrazione in tecnicismi addestrativi.

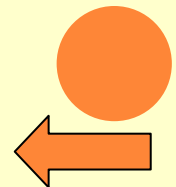
Rappresentazione
in diversi registri

Lo studente saprà fattorizzare semplici polinomi e conoscerà il significato e semplici esempi di divisione con resto fra due polinomi, avendo consapevolezza dell'analogia con i numeri interi.

Gestione di
strategie

Lo studente dovrà essere in grado di eseguire espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.

Si introdurrà l'algebra dei vettori, evidenziandone il ruolo fondamentale nella fisica.



OBBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO

PR

Apprendimento
di algoritmi

Ar

Il primo biennio è dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico.

Sarà sviluppata la padronanza del calcolo (mentale e con strumenti) con numeri interi, con i numeri razionali come frazione che nella rappresentazione decimale. Verranno studiate le proprietà delle operazioni.

Rappresentazione
in diversi registri

Lo studio dell'algoritmo euclideo permetterà di approfondire la struttura dei numeri interi e di conoscere un esempio importante di procedimento algoritmico.

Si introdurranno in maniera intuitiva i numeri reali con riferimento alla loro rappresentazione geometrica, acquisendo familiarità con la rappresentazione esplicita, la dimostrazione dell'irrazionalità di e e di altri numeri, una importante occasione di approfondimento concettuale.

Concetto di
numero naturale,
intero,
razionale, reale

Lo studio dei numeri irrazionali e delle espressioni in cui compaiono fornirà un esempio significativo di applicazione del calcolo algebrico e un'occasione per introdurre il tema dell'approssimazione. Va evitato il tecnicismo manipolatorio del calcolo dei radicali. 2

SECONDO BIENNIO

Aritmetica e algebra

Lo studio della circonferenza e del cerchio, del numero π , e di contesti in cui compaiono crescite esponenziali con il numero e , permetteranno di riprendere lo studio dei numeri reali, con riguardo alla tematica dei numeri trascendenti.

In questa occasione sarà approfondita la formalizzazione dei numeri reali anche per iniziare lo studente alla problematica dell'infinito matematico (e alle sue connessioni con il pensiero filosofico).

Sarà anche affrontato il tema del calcolo approssimato, sia dal punto di vista teorico sia mediante l'uso di strumenti di calcolo.

Saranno ripresi e approfonditi i concetti di vettore, di dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale nel piano e nello spazio. È lasciata alla scelta dell'insegnante l'introduzione del calcolo matriciale.

Si introdurranno i numeri complessi (forma algebrica, rappresentazione nel piano, forma trigonometrica, radici)



- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.
- Comprendere il significato e l'utilità del moltiplicare e dividere per il divisore comune più grande, in matematica e in diverse situazioni.
- Scomporre in fattori primi e riconoscere la scomposizione in fattori primi di un numero naturale.
- Utilizzare la notazione usata per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato.
- Usare le proprietà delle potenze anche per semplificare calcoli e notazioni.
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.
- Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.
- Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2.
- Eseguire mentalmente semplici calcoli, utilizzando le proprietà distributiva per raggruppare e semplificare le operazioni.
- Descrivere con una espressione numerica la sequenza di operazioni che porta alla soluzione di un problema.
- Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essere consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.

**Apprendimento
di algoritmi**

**Rappresentazione
in diversi registri**

**Concetto di
numero naturale,
di frazione come
operatore**

- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.
- Comprendere il significato e l'utilità del moltiplicare e dividere per il divisore comune più grande, in matematica e in diverse situazioni.
- Scomporre in fattori primi e riconoscere la scomposizione in fattori primi di un numero naturale.
- Utilizzare la notazione usata per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato.
- Usare le proprietà delle potenze anche per semplificare calcoli e notazioni.
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.
- Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.
- Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2.
- Eseguire mentalmente semplici calcoli, utilizzando le proprietà distributiva per raggruppare e semplificare le operazioni.
- Descrivere con una espressione numerica la sequenza di operazioni che porta alla soluzione di un problema.
- Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essere consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.

**Apprendimento
di algoritmi**

**Rappresentazione
in diversi registri**

**Concetto di
numero naturale,
di frazione come
operatore**

- Individuare multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri.
- Comprendere il significato e l'utilità del moltiplicare e dividere per il divisore comune più grande, in matematica e in diverse situazioni.
- Scomporre in fattori primi e riconoscere la scomposizione in fattori primi di un numero naturale per diversi scopi.
- Utilizzare la notazione usata per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato.
- Usare le proprietà delle potenze anche per semplificare calcoli e notazioni.
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.
- Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.
- Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2.
- Eseguire mentalmente semplici calcoli, utilizzando le proprietà distributiva per raggruppare e semplificare le operazioni.
- Descrivere con una espressione numerica la sequenza di operazioni che porta alla soluzione di un problema.
- Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essere consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.

**Apprendimento
di algoritmi**

**Rappresentazione
in diversi registri**

**Concetto di
numero naturale,
di frazione come
operatore**

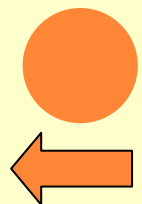
Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria

Linguaggio per
descrivere e costruire
significati

Spazio e figure

- ➡ – Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra, dentro/fuori).
- ➡ – Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato.
- ➡ – Riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche.
- ➡ – Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio, utilizzando strumenti appropriati.

Definire,
Disegnare, Costruire



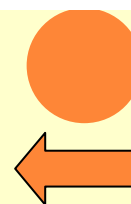
Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

Spazio e figure

- ➔ – Descrivere e classificare figure geometriche, identificando altre figure, anche al fine di farle riprodurre da altri.
- ➔ – Riprodurre una figura in base a una descrizione, utilizzando gli strumenti appropriati (carta a quadretti, riga e compasso, squadre, software di geometria).
- ➔ – Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.
- ➔ – Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- ➔ – Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando ad esempio la carta a quadretti).
- ➔ – Determinare il perimetro di una figura.
- ➔ – Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione.

Linguaggio per
descrivere e
costruire
significati

Definire,
disegnare,
costruire



Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

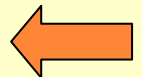
Spazio e figure

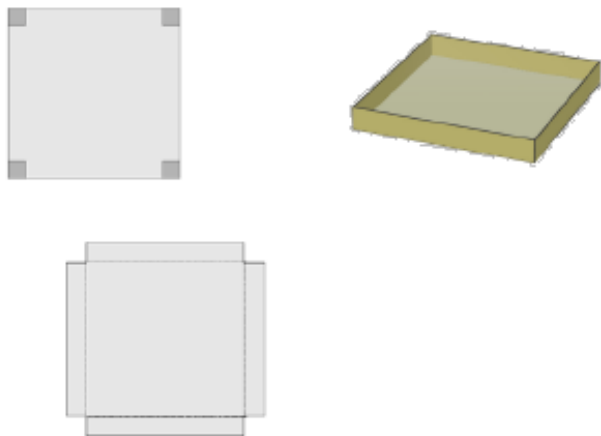
- Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria).
- In particolare, rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano.
- Conoscere definizioni e proprietà significative delle principali figure geometriche (punti, linee, angoli, poligoni, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).
- Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri.
- Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri.
- Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata.
- Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.
- Calcolare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli.
- Conoscere e per mezzo dell'area di una figura delimitata, ad esempio come area del cerchio, calcolare l'area di una figura complessa.
- Conoscere le formule per trovare l'area del cerchio e del settore circolare, conoscendo il raggio.
- Rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano.
- Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.
- Calcolare il volume delle figure tridimensionali più comuni e dare stime di quello degli oggetti della vita quotidiana.
- Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.

Linguaggio per
descrivere e
costruire
significati

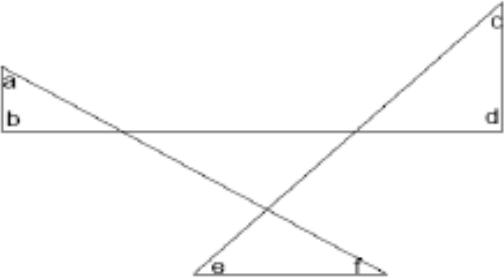
Definire,
disegnare,
costruire

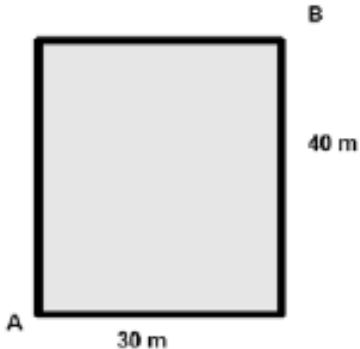
Rappresentare
oggetti a tre
dimensioni

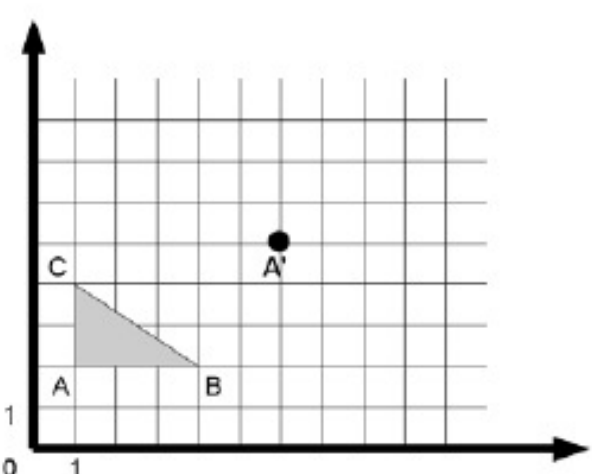


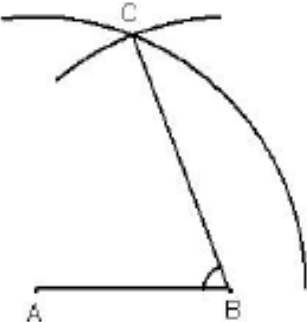
Domanda	Commento
<p>D3. In un foglio di cartoncino si ritaglia un quadrato di lato 10 cm. Da ogni angolo si ritaglia un quadratino di lato 1 cm (che nella prima figura vedi più scuro), per poter costruire una scatola ripiegando le strisce laterali.</p> <p>Qual è la capacità della scatola ottenuta ripiegando le strisce laterali?</p> <div data-bbox="270 664 867 1097">  </div> <p>A. 64 cm^3 B. 90 cm^2 C. 96 cm^2 D. 100 cm^3</p>	<p>Il quesito richiede di ricavare i dati attraverso l'osservazione delle figure e di saper vedere nello spazio.</p> <p>Risponde correttamente il 61,9% degli studenti.</p> <p>Tra le domande dell'ambito Spazio e figure a risposta chiusa, risulta essere la più difficile.</p> <p>Il 16,5% ha calcolato l'area dello sviluppo piano (probabilmente non ha collegato la capacità al volume).</p> <p>Mentre il 14,2 % sembra non essere stato in grado di passare dal piano allo spazio.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007:</i> visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali. Calcolare il volume delle figure tridimensionali più comuni e dare stime di quello degli oggetti della vita quotidiana.</p>

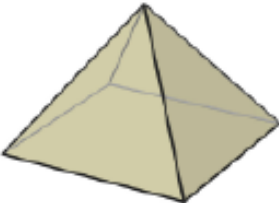
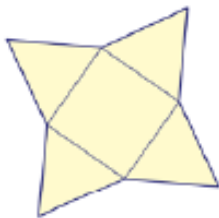
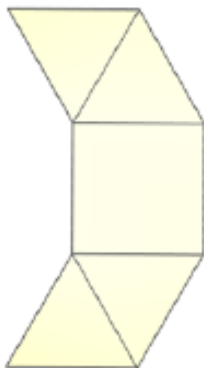
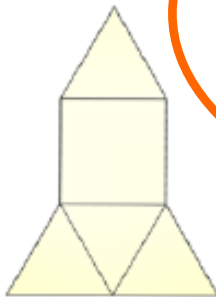


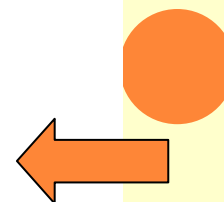
Domanda	Commento
<p>D8. Qual è la somma degli angoli a, b, c, d, e, f nella figura disegnata qui sotto?</p>  <p>A. Un angolo piatto, ossia 180° B. Tre angoli retti, ossia 270° C. Due angoli piatti, ossia 360° D. Cinque angoli retti, ossia 450°</p>	<p>Per rispondere i ragazzi avrebbero dovuto conoscere la somma degli angoli interni di un triangolo e sapere che angoli opposti al vertice sono congruenti.</p> <p>Il 71,4% degli studenti ha risposto correttamente C, il 15,4 % ha scelto l'opzione B. Probabilmente molti studenti hanno individuato fra le quattro opzioni quella più plausibile.</p> <p>Sarebbe stato interessante richiedere la giustificazione della risposta.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: conoscere definizioni e proprietà significative delle principali figure piane.</i></p>

Domanda	Commento
<p>D14 Nel disegno vedi un campo da calcetto di forma rettangolare.</p>  <p>Roberto e Elena si sfidano a una gara di corsa: partendo dall'angolo indicato nella figura con A devono arrivare all'angolo B. Roberto corre lungo il bordo del campo, mentre Elena corre lungo la diagonale del campo. Quanti metri in più deve percorrere Roberto?</p> <p>A. 50 B. 70 C. 20 D. 30</p> <p>Scrivi il procedimento che hai seguito:</p> <p>_____</p>	<p>Il quesito richiede di applicare il teorema di Pitagora per individuare la lunghezza del percorso. È richiesto anche il procedimento. Il 72,3% risponde correttamente C, tuttavia solo il 50,6% svolge correttamente il procedimento e il 4% lo omette.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: riconoscere e risolvere problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici. Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.</i></p>

Domanda	Commento
<p>D17 Il triangolo ABC viene traslato nel piano cartesiano in modo che il vertice A venga a trovarsi in A'. Quali sono le coordinate B' e C' degli altri vertici del triangolo traslato?</p>  <p>A. $B' \equiv (9; 5)$ $C' \equiv (9; 3)$ B. $B' \equiv (3; 5)$ $C' \equiv (6; 3)$ C. $B' \equiv (9; 5)$ $C' \equiv (6; 7)$ D. $B' \equiv (6; 7)$ $C' \equiv (6; 3)$</p>	<p>Gli studenti devono individuare, sul piano cartesiano, le coordinate dei punti ottenuti da una traslazione. Potevano anche disegnare la figura traslata sul piano cartesiano e individuare le coordinate dei punti direttamente dal grafico. E' stato risolto correttamente dall'80,7% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007: rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano; riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.</i></p>

Domanda	Commento
<p>D19 Dati due punti A e B sono stati tracciati, con lo stesso raggio maggiore della metà del segmento, due archi di circonferenza, uno con centro in A e uno con centro in B. È stato chiamato C uno dei punti di intersezione tra i due archi.</p> <p>a. Se l'angolo \widehat{ACB} misura 40°, quanto misura l'angolo \widehat{ABC} segnato?</p>  <p>A. 50° B. 60° C. 70° D. 140°</p> <p>b. Scrivi il procedimento che hai seguito:</p>	<p>Il quesito richiede di sapere interpretare le istruzioni di una costruzione geometrica. Viene richiesto anche il procedimento. Il 69,2% risponde correttamente C, mentre solo il 42,3 % indica correttamente il procedimento e il 10,5 lo omette.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: conoscere definizioni e proprietà significative delle principali figure piane. Riprodurre figure e disegni geometrici in base ad una descrizione e codificazione fatta da altri.</i></p>

Domanda		Commento												
<p>D5 La piramide disegnata qui a fianco è un solido formato da 4 triangoli equilateri uguali fra loro e da una base quadrata. Per ciascuno dei seguenti disegni, indica con una crocetta nella tabella sottostante se è uno sviluppo della piramide.</p> <div></div>		<p>Lo studente deve passare dal piano allo spazio riconoscendo gli sviluppi corretti. I risultati sono molto buoni per quanto riguarda i primi due disegni (98,1% e 91,7%), mentre il terzo disegno, che è uno sviluppo della piramide non standard, ha una percentuale di risposte corrette pari al 49,2%.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano; visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.</i></p>												
<div></div> <p>Disegno 1</p>	<div></div> <p>Disegno 2</p>		<div></div> <p>Disegno 3</p>											
<table><tr><th>Disegno</th><th>SI</th><th>NO</th></tr><tr><td>1</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>2</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>3</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr></table>			Disegno	SI	NO	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Disegno	SI	NO												
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												



Obiettivi specifici di apprendimento

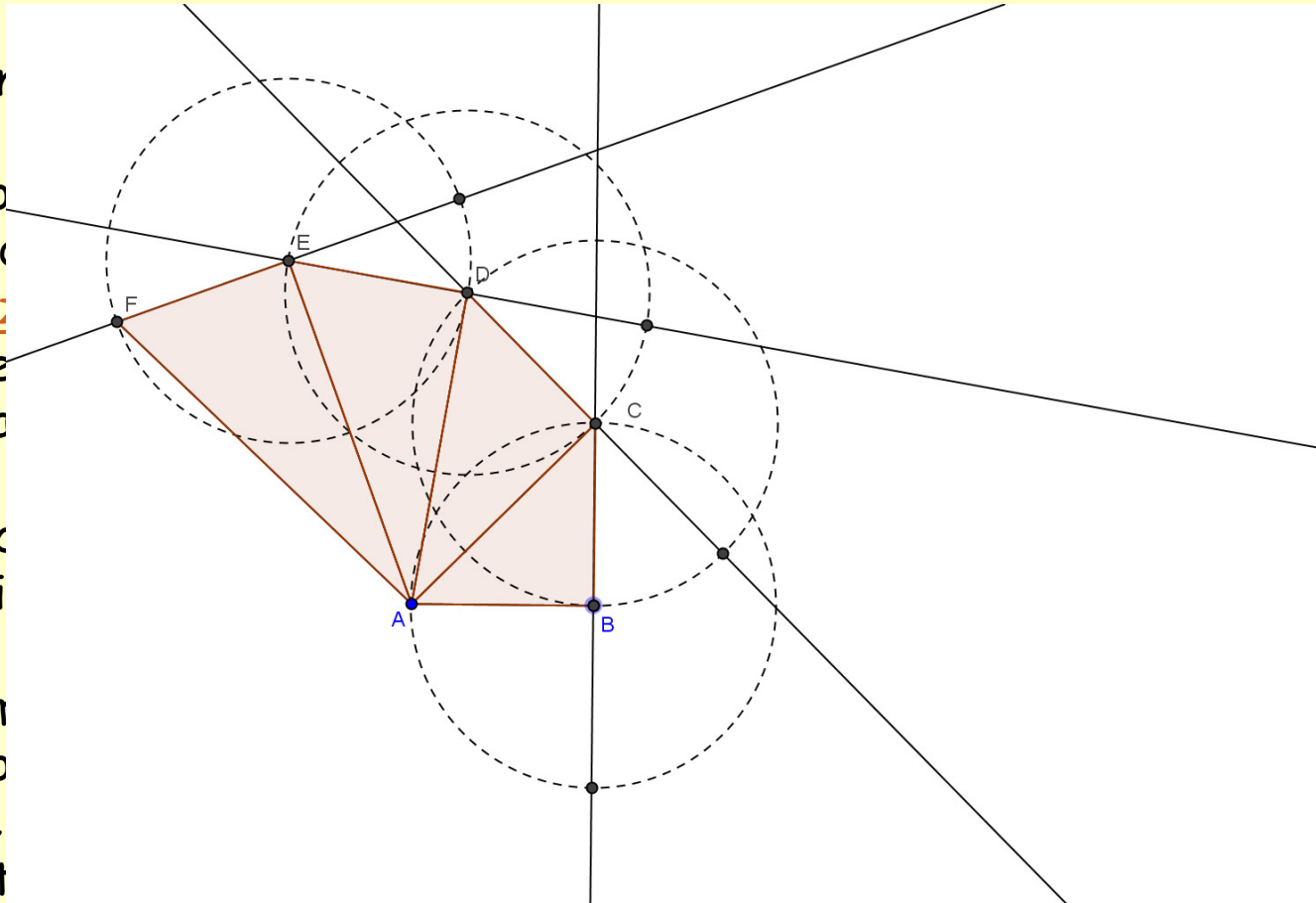
Primo Biennio - Geometria (1/4)

Fondamen

→ In questo
concetti e
dimostrazioni
Euclide, e
occidentale

L'approccio
assiomatico

→ Al teorema
mettendo
teoria dei
soprattutto



Obiettivi specifici di apprendimento

Primo Biennio - Geometria (2/4)

- ➔ Saranno approfondite le principali trasformazioni geometriche (traslazioni, rotazioni, simmetrie, similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete) e lo studente dovrà saper riconoscere le principali proprietà invarianti.
- ➔ Lo studente approfondirà le proprietà fondamentali della circonferenza.
- ➔ Saranno sviluppati i primi elementi di rappresentazione delle figure dello spazio.



Obiettivi specifici di apprendimento

Primo Biennio - Geometria (3/4)

- ➡ La realizzazione di costruzioni geometriche elementari sarà effettuata sia mediante strumenti tradizionali (in particolare la riga e compasso, sottolineando il significato storico di questa metodologia nella geometria euclidea), sia mediante programmi informatici di geometria o altre metodologie e tecniche acquisite nel corso di informatica.
- ➡ Sarà introdotto il metodo delle coordinate cartesiane, in una prima fase limitato alla rappresentazione di punti, rette e fasci di rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità.



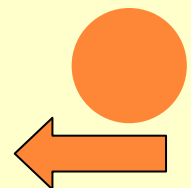
Obiettivi specifici di apprendimento

Primo Biennio - Geometria (4/4)

- ➡ Lo studio delle funzioni quadratiche si accompagnerà alla rappresentazione geometrica delle coniche nel piano cartesiano.

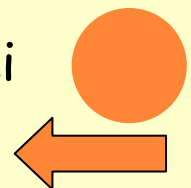
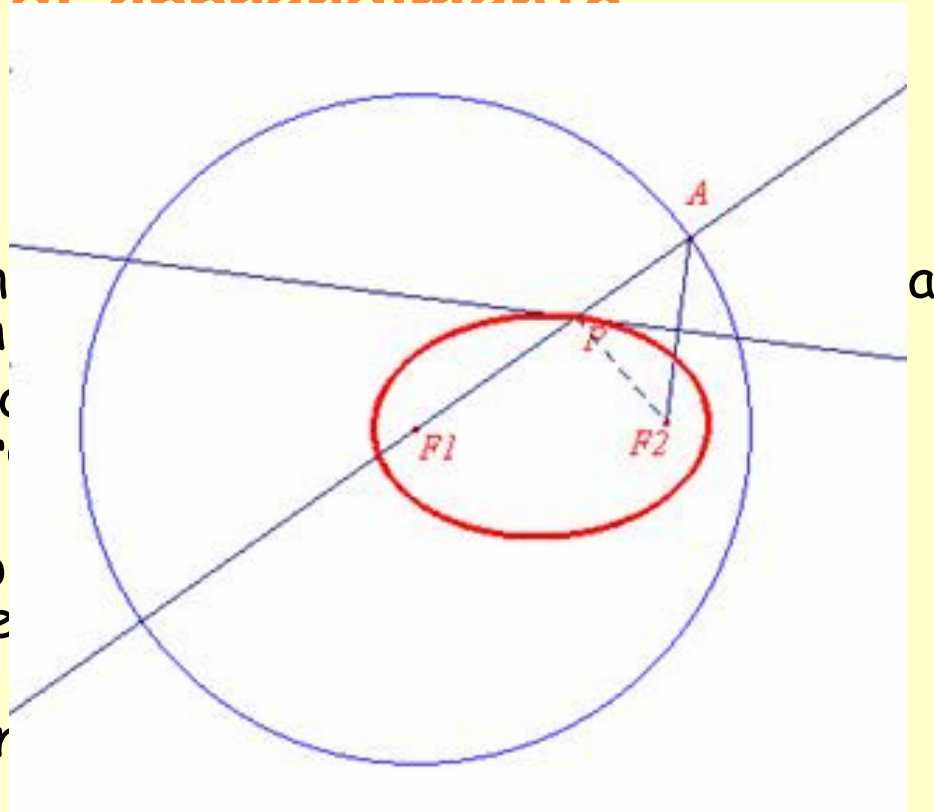
L'intervento dell'algebra nella rappresentazione degli oggetti geometrici non dovrà essere disgiunto dall'approfondimento della portata concettuale e tecnica di questa branca della matematica.

- ➡ Saranno inoltre introdotte le funzioni circolari e le loro proprietà e relazioni elementari, anche in vista del loro uso nello studio della fisica.



Obiettivi specifici di apprendimento Secondo Biennio -

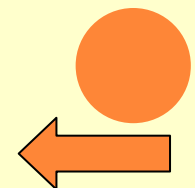
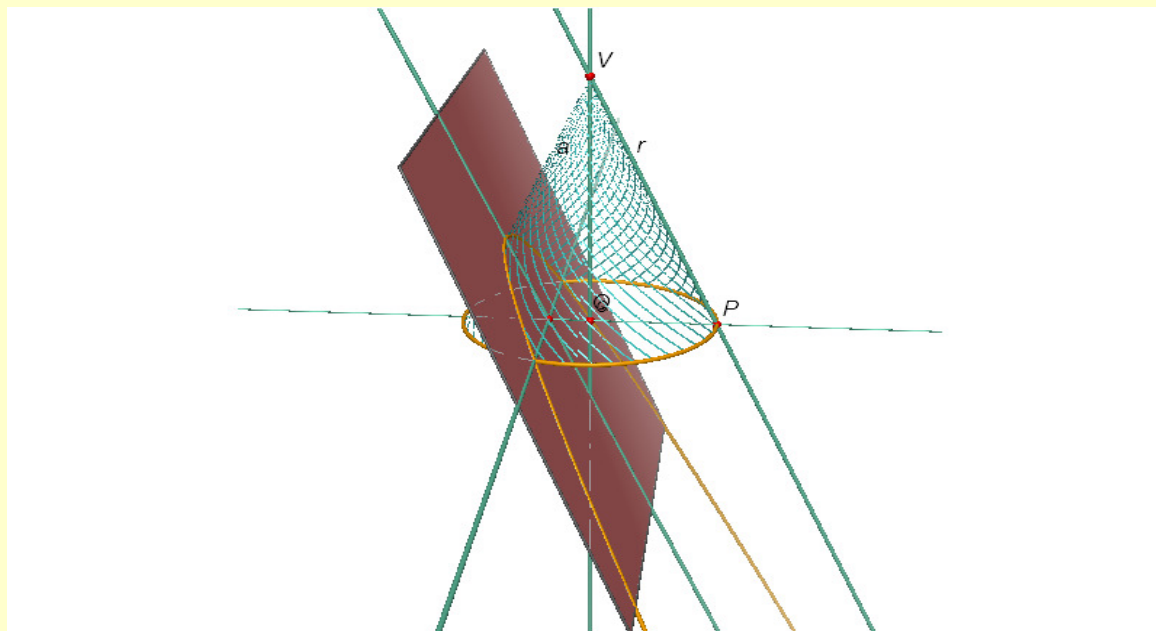
- Le sezioni coniche saranno studiate con un approccio geometrico sintetico che consenta allo studente di introdurre la specificità dei due approcci alla geometria.
- Saranno studiate le proprietà del cerchio e il problema dei tangenti al cerchio.
- Sarà sviluppata la nozione di luogo geometrico con esempi significativi.
- Lo studio della geometria proseguirà con l'estensione allo spazio di alcuni dei temi della geometria piana, anche per sviluppare l'intuizione geometrica. In particolare, saranno studiate le posizioni reciproche di rette e piani nello spazio, il parallelismo e la perpendicolarità, nonché le proprietà dei principali solidi geometrici (in particolare dei poliedri e dei solidi di rotazione).



Obiettivi specifici di apprendimento

Quinto anno - Geometria

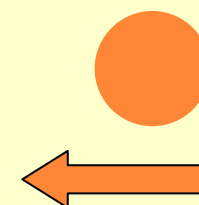
- ➔ L'introduzione delle coordinate cartesiane nello spazio permetterà di studiare dal punto di vista analitico rette, piani e sfere.



Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria

Relazioni, misure, dati e previsioni

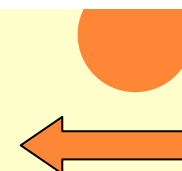
- Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.
- Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati.
- Rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.
- Misurare segmenti utilizzando sia il metro, sia unità arbitrarie e collegando le pratiche di misura alle conoscenze sui numeri e sulle operazioni.



Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria

Relazioni, misure, dati e previsioni

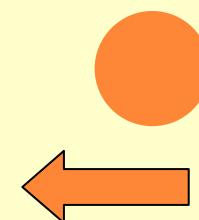
- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Usare le nozioni di media aritmetica e di frequenza.
- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.
- Conoscere le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse/pesi e usarle per effettuare misure e stime.
- Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.
- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.
- Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.



Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

Relazioni e funzioni

- Costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.
- Esprimere la relazione di proporzionalità con una uguaglianza di frazioni e viceversa.
- Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$, $y=ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici.
- Collegare le prime due al concetto di proporzionalità.
- Esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di primo grado.



Domanda	Commento
<p>D4 Se n è un numero naturale qualsiasi, quale procedimento devi seguire per essere sicuro di ottenere sempre un numero dispari?</p> <p>A. $n - 1$</p> <p>B. $n + 1$</p> <p>C. $n \times 2 + 1$</p> <p>D. $\frac{n}{2} + 1$</p>	<p>Il quesito richiede di individuare una formula per ottenere un numero dispari a partire da un numero naturale qualsiasi.</p> <p>È stato risolto correttamente dall'86,8% degli studenti, segno che la scrittura algebrica dei numeri dispari è nota agli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.</i></p>



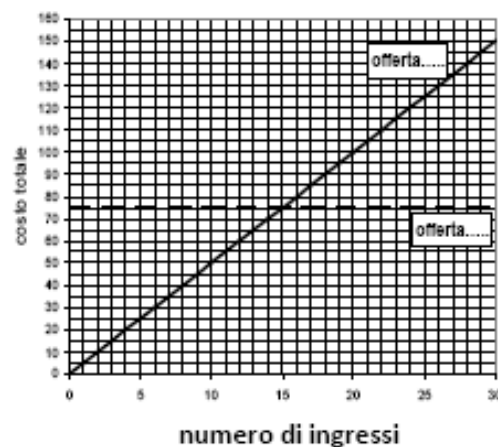
Domanda	Commento
<p>D11. Nel risolvere l'equazione scritta alla riga 1, è stato commesso un errore.</p> $-10x - 2 + 4x - 4 = 0 \quad (1)$ $-10x + 4x = 2 + 4 \quad (2)$ $6x = 6 \quad (3)$ $x = \frac{6}{6} \quad (4)$ $x = 1 \quad (5)$ <p>In quale passaggio è stato commesso l'errore?</p> <p>A. Nel passaggio dalla riga 1 alla riga 2. B. Nel passaggio dalla riga 2 alla riga 3. C. Nel passaggio dalla riga 3 alla riga 4. D. Nel passaggio dalla riga 4 alla riga 5.</p>	<p>Si richiede di individuare l'errore in un'equazione già risolta. È risolta correttamente dal 76,2% dei ragazzi.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: esplorare e risolvere problemi utilizzando equazioni di primo grado.</i></p>



Domanda	Commento																				
<p>D12. Un ragazzo prepara la limonata utilizzando questa ricetta:</p> <table><tr><td>Dosi per 4 persone</td><td>1 litro di acqua</td><td>30 g di zucchero</td><td>4 limoni</td></tr></table> <p>Quali dosi deve utilizzare per preparare la limonata per 6 persone?</p> <p>A. <table><tr><td>Dosi per 6 persone</td><td>2 litri di acqua</td><td>60 g di zucchero</td><td>6 limoni</td></tr></table></p> <p>B. <table><tr><td>Dosi per 6 persone</td><td>1,5 litri di acqua</td><td>45 g di zucchero</td><td>6 limoni</td></tr></table></p> <p>C. <table><tr><td>Dosi per 6 persone</td><td>1,5 litri di acqua</td><td>60 g di zucchero</td><td>8 limoni</td></tr></table></p> <p>D. <table><tr><td>Dosi per 6 persone</td><td>2 litri di acqua</td><td>45 g di zucchero</td><td>8 limoni</td></tr></table></p>	Dosi per 4 persone	1 litro di acqua	30 g di zucchero	4 limoni	Dosi per 6 persone	2 litri di acqua	60 g di zucchero	6 limoni	Dosi per 6 persone	1,5 litri di acqua	45 g di zucchero	6 limoni	Dosi per 6 persone	1,5 litri di acqua	60 g di zucchero	8 limoni	Dosi per 6 persone	2 litri di acqua	45 g di zucchero	8 limoni	<p>Si trattava di individuare la proporzione corretta fra gli ingredienti.</p> <p>È stata risolta correttamente dall'84,1% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimano la struttura; esprimere la relazione di proporzionalità con un'uguaglianza di frazioni e viceversa.</i></p>
Dosi per 4 persone	1 litro di acqua	30 g di zucchero	4 limoni																		
Dosi per 6 persone	2 litri di acqua	60 g di zucchero	6 limoni																		
Dosi per 6 persone	1,5 litri di acqua	45 g di zucchero	6 limoni																		
Dosi per 6 persone	1,5 litri di acqua	60 g di zucchero	8 limoni																		
Dosi per 6 persone	2 litri di acqua	45 g di zucchero	8 limoni																		

D6 La piscina *ACQUADOLCE* offre ai suoi frequentatori due diverse modalità di pagamento: è possibile fare un abbonamento mensile, che costa 75 euro (offerta A), oppure pagare un biglietto di 5 euro per ogni ingresso (offerta B).

Offerte piscina ACQUADOLCE



- Scrivi nelle caselle del grafico quale retta descrive l'offerta A e quale l'offerta B.
- Con quanti ingressi in un mese le due offerte si equivalgono? _____
- Se in un mese si utilizza la piscina 20 volte, quanto si risparmia facendo l'abbonamento mensile? _____

Lo studente, nella domanda a, deve mettere in relazione rappresentazioni diverse di una stessa situazione: grafico e linguaggio naturale.

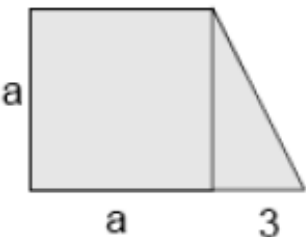
Nella domanda b lo studente deve individuare il punto di intersezione delle due rette come equivalenza delle due offerte.





Nella domanda c invece lo studente dovrebbe leggere e interpretare il grafico.

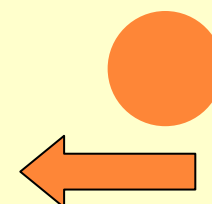
Risponde correttamente alla domanda a il 66,9% degli studenti, alla b il 78,2% e alla c il 74,7%.

Il risultato sembra anomalo in quanto la domanda c sembra la più complessa in termini di lettura del grafico. Probabilmente gli studenti, in virtù del fatto che i numeri in gioco erano semplici, hanno fatto il calcolo per rispondere alle domande b e c, indipendentemente da quanto avevano risposto in a, che è così risultata la domanda più complessa.

Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni e per conoscere, in particolare, le funzioni del tipo: $y=ax$,; rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

Domanda	Commento
<p>D18. Scrivi la formula che esprime come varia l'area A della figura qui di fianco, al variare della lunghezza a.</p>  <p>$A = \underline{\hspace{2cm}}$</p>	<p>Il quesito richiede di individuare una formula relativa all'area A di una figura piana utilizzando la variabile a. Nella pratica didattica non è usuale che ai ragazzi sia chiesto di individuare una formula a partire da una variabile data. I risultati confermano questa impressione in quanto solo il 26,8% risponde correttamente. Questo fatto dovrebbe fare riflettere i docenti sul modo col quale nella scuola media si propone l'approccio all'algebra. Non è tanto importante il calcolo algebrico in quanto tale, ma lavorare sui significati di variabile anche legati a contesti noti ai ragazzi come in questo caso.</p> <p>Per gli studenti le lettere nelle formule di geometria, come ad esempio $A = b \times h$, non rappresentano delle variabili ma sono semplicemente delle <i>etichette</i>, iniziali di area, base,</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: costruire, interpretare e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.</i></p>

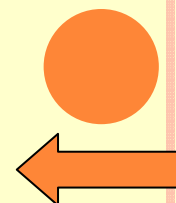
Domanda	Commento
<p>D21 Osserva come sono disposti i punti nelle seguenti figure.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 1</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 2</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 3</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 4</p>  </div> </div> <p>Se si continua nello stesso modo la sequenza delle figure, quanti punti avrà la Figura 8?</p> <p>Scrivi la tua risposta: _____</p>	<p>Lo studente deve individuare una regolarità (numeri triangolari).</p> <p>La domanda non ha presentato problemi in quanto il 78,4% degli studenti ha risposto correttamente.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.</i></p>



OBIETTIVI PRIMO BIENNIO

RELAZIONI E FUNZIONI

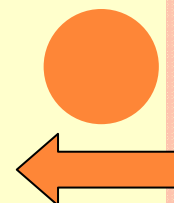
- Lo studente saprà utilizzare il linguaggio degli insiemi e delle funzioni, anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni come primo passo all'introduzione del concetto di modello matematico. In particolare sarà in grado di descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni, e di ottenere informazioni e ricavare le soluzioni del problema di una rappresentazione matematica (o modello) di fenomeni, anche in contesti di ricerca operativa.
- Lo studio delle funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, e la rappresentazione delle rette e delle parabole nel piano cartesiano consentiranno di acquisire i concetti di soluzione delle equazioni di primo e secondo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, nonché le tecniche per la loro risoluzione grafica e algebrica.



OBIETTIVI PRIMO BIENNIO

RELAZIONI E FUNZIONI

- Sarà introdotto il linguaggio delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.) e si studieranno e utilizzeranno le funzioni $f(x) = |x|$, $f(x) = a/x$, funzioni quadratiche, funzioni lineari a tratti, le funzioni circolari sia in termini strettamente matematici sia in funzione della rappresentazione e soluzione di problemi applicativi. Lo studente saprà utilizzare il linguaggio della proporzionalità diretta e inversa. Il contemporaneo studio della fisica offrirà esempi di funzioni che saranno oggetto di una specifica trattazione matematica, e i risultati di questa trattazione serviranno ad approfondire la comprensione dei fenomeni fisici e delle relative teorie.
- Lo studente dovrà essere in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando metodologie e tecniche che avrà acquisito nel corso di informatica per la rappresentazione dei dati

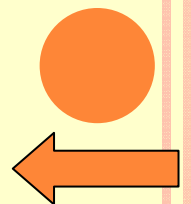


OBIETTIVI SECONDO BIENNIO

RELAZIONI E FUNZIONI

Sarà affrontato il problema del numero delle soluzioni delle equazioni polinomiali.

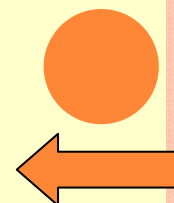
- Saranno presentati semplici esempi di successioni numeriche, anche definite per ricorrenza, e saranno studiate situazioni in cui si presentano progressioni aritmetiche e geometriche.
- Sarà approfondito lo studio delle funzioni elementari dell'analisi e, in particolare, delle funzioni esponenziale e logaritmo. Lo studente dovrà essere in grado di costruire semplici modelli di crescita o decrescita esponenziale, nonché di andamenti periodici, anche in rapporto con lo studio delle altre discipline. Ciò potrà essere fatto sia in un contesto discreto sia continuo.
- Lo studente dovrà essere in grado di analizzare sia graficamente che analiticamente le principali funzioni, operare su funzioni composte e inverse. Sarà introdotto il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione per aprire la strada all'introduzione del concetto di derivata.



OBIETTIVI QUINTO ANNO

RELAZIONI E FUNZIONI

- Lo studente proseguirà lo studio delle funzioni fondamentali dell'analisi anche attraverso esempi tratti dalla fisica o da altre discipline.
- Sarà introdotto il concetto di limite.
- Saranno introdotti i principali concetti del calcolo infinitesimale - e, in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità - anche in relazione con le problematiche in cui è nato (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi).
- Non bisognerà restringersi agli aspetti tecnici del calcolo, che saranno limitati alla derivazione delle funzioni razionali, delle funzioni notevoli già studiate, di semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, e all'integrazione delle funzioni polinomiali intere e di altre funzioni elementari, nonché alla determinazione di aree e volumi in casi semplici.
- Si tratterà soprattutto di approfondire il ruolo di strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. In particolare, saranno introdotte l'idea generale di ottimizzazione e le sue applicazioni in numerosi contesti.

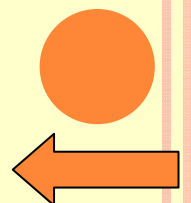


MISURE, DATI E PREVISIONI

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

Misure, dati e previsioni

- Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative e le nozioni di media aritmetica e mediana.
- In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, discutere i modi per assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.
- Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.



Primo Biennio

Dati e previsioni

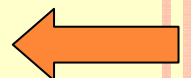
Lo studente dovrà essere in grado di rappresentare e analizzare in diversi modi (in particolare utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee. Dovrà quindi saper distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, lavorare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno riprese e approfondite le definizioni e le proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità; lo studente dovrà esser in grado di utilizzare strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per studiare raccolte di dati e serie statistiche.

Lo studio sarà svolto il più possibile in collegamento con le altre discipline anche in contesti in cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente dovrà essere in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

Sarà introdotta la nozione di probabilità, con esempi entro un contesto classico e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Sarà introdotto in modo rigoroso e approfondito il concetto di modello matematico, distinguendone la specificità concettuale e metodica rispetto all'approccio della fisica classica.



Secondo Biennio

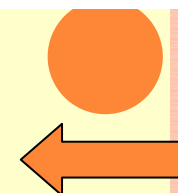
Dati e previsioni

Come nel primo biennio, lo studio sarà sviluppato il più possibile in collegamento con le altre discipline e in contesti via via più complessi in cui i dati potranno essere raccolti direttamente dagli studenti. Saranno studiate le distribuzioni doppie condizionate e marginali, i concetti di deviazione standard, dipendenza, correlazione e regressione, e di campione.

Saranno studiate la probabilità condizionata e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni.

Saranno introdotti gli elementi di base del calcolo combinatorio.

Sarà ulteriormente approfondito il concetto di modello matematico in relazione con le nuove conoscenze acquisite.

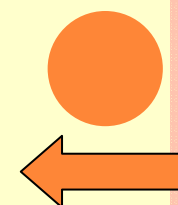


QUINTO ANNO

Dati e previsioni

Saranno studiate le caratteristiche di alcune distribuzioni discrete e continue di probabilità (come la distribuzione binomiale, la distribuzione normale, la distribuzione di Poisson).

Sarà ulteriormente approfondito il concetto di modello matematico in relazione con le nuove nozioni acquisite.

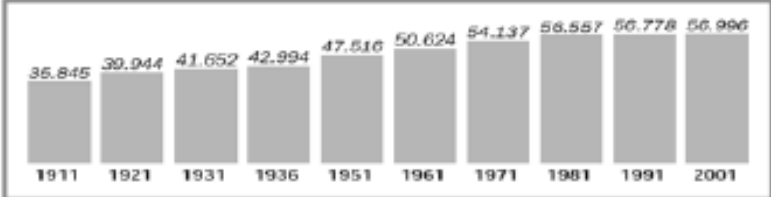


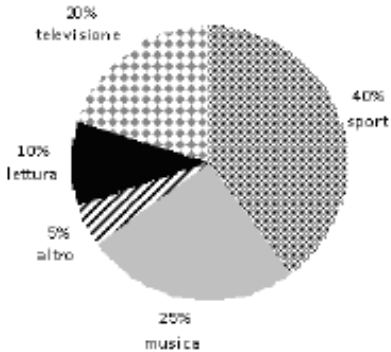
Domanda	Commento
<p>D1. Qual è l'unità di misura più appropriata per esprimere il peso di un uovo di gallina?</p> <p>A. milligrammi</p> <p>B. decigrammi</p> <p>C. grammi</p> <p>D. ettogrammi</p>	<p>Lo studente deve stimare il peso individuando l'unità di misura più appropriata.</p> <p>È stato risolto correttamente dall'83,8% degli studenti.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: conoscere le principali unità di misura [...] e usarle per effettuare misure e stime.</i></p>

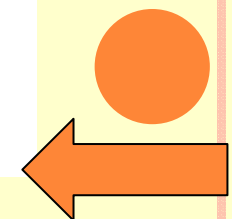


Domanda	Commento
<p>D9 Un insieme di dati è costituito dai seguenti quattro valori: 20 ; 30 ; 50 ; 60 A questi dati ne viene aggiunto un altro e si calcola la media aritmetica dei cinque valori, che risulta essere 50. Qual è il valore del dato aggiunto?</p> <p>A. 10 B. 40 C. 50 D. 90</p>	<p>Il quesito chiede di individuare un dato mancante conoscendo la media aritmetica. È stato risolto correttamente solo dal 65,8% degli studenti. Il 18,3% ha scelto l'opzione B come se il dato mancante fosse quello della sequenza numerica.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curriculum 2007: usare le nozioni di media aritmetica e di frequenza.</i></p>



Domanda	Commento																						
<p>D13. Il seguente grafico rappresenta la popolazione residente in Italia (espressa in migliaia) nei censimenti dal 1911 al 2001:</p> <p><i>Censimenti 1911-2001, migliaia di persone</i></p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Anno</th> <th>Popolazione (migliaia)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1911</td><td>36.845</td></tr> <tr><td>1921</td><td>39.944</td></tr> <tr><td>1931</td><td>41.652</td></tr> <tr><td>1936</td><td>42.994</td></tr> <tr><td>1951</td><td>47.516</td></tr> <tr><td>1961</td><td>50.624</td></tr> <tr><td>1971</td><td>54.137</td></tr> <tr><td>1981</td><td>56.557</td></tr> <tr><td>1991</td><td>56.778</td></tr> <tr><td>2001</td><td>56.996</td></tr> </tbody> </table> <p>Fonte: Istat</p> <p>Quale delle seguenti affermazioni è vera?</p> <ul style="list-style-type: none"> A. I censimenti sono stati attuati regolarmente ogni dieci anni. B. La popolazione è rimasta invariata negli ultimi tre censimenti. C. La popolazione nel decennio 1911-1921 è aumentata di circa quattro milioni di persone. D. Dal 1936 al 1951 la popolazione è aumentata di più di 5 milioni di persone. 	Anno	Popolazione (migliaia)	1911	36.845	1921	39.944	1931	41.652	1936	42.994	1951	47.516	1961	50.624	1971	54.137	1981	56.557	1991	56.778	2001	56.996	<p>Si tratta di lettura e interpretazione di un grafico.</p> <p>Gli studenti hanno risposto correttamente nel 73,7% dei casi.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007: sapere utilizzare rappresentazioni di dati in situazioni adeguate per ricavare informazioni.</i></p>
Anno	Popolazione (migliaia)																						
1911	36.845																						
1921	39.944																						
1931	41.652																						
1936	42.994																						
1951	47.516																						
1961	50.624																						
1971	54.137																						
1981	56.557																						
1991	56.778																						
2001	56.996																						

Domanda	Commento
<p>D20 Un'indagine sull'attività preferita nel tempo libero, compiuta su un campione di 220 studenti di una scuola con 700 studenti in totale, ha dato i risultati rappresentati nel grafico.</p>  <p>Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che dedica il tempo libero alla lettura?</p> <p>A. $\frac{1}{220}$</p> <p>B. $\frac{1}{10}$</p> <p>C. $\frac{1}{5}$</p> <p>D. $\frac{1}{70}$</p>	<p>Il quesito unisce conoscenze di statistica e conoscenze di probabilità: si tratta di individuare la probabilità di un evento a partire da dati statistici.</p> <p>Tra i quesiti dell'ambito è quello con risultati peggiori: 65% di risposte corrette. Il 13,6% ha scelto l'opzione A, facendo unicamente riferimento alla definizione classica di probabilità; il 12,5% ha scelto l'opzione D, anche in questo caso hanno fatto riferimento unicamente alla definizione classica (10 su 700). Queste scelte mettono in luce la difficoltà ad individuare lo spazio degli eventi.</p> <p><i>Dalle Indicazioni per il curricolo 2007 : rappresentare insiemi di dati. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze; in semplici situazioni aleatorie calcolare la probabilità di qualche evento.</i></p>



Gruppi di concetti

- 1) gli elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio entro cui si definiscono i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, assiomatizzazioni);
- 2) gli elementi del calcolo algebrico, gli elementi della geometria analitica cartesiana, le funzioni elementari dell'analisi e le nozioni elementari del calcolo differenziale e integrale, con particolare riguardo per le loro relazioni con la fisica;
- 3) la conoscenza elementare di alcuni sviluppi caratteristici della matematica moderna, in particolare degli elementi del calcolo delle probabilità e dell'analisi statistica.

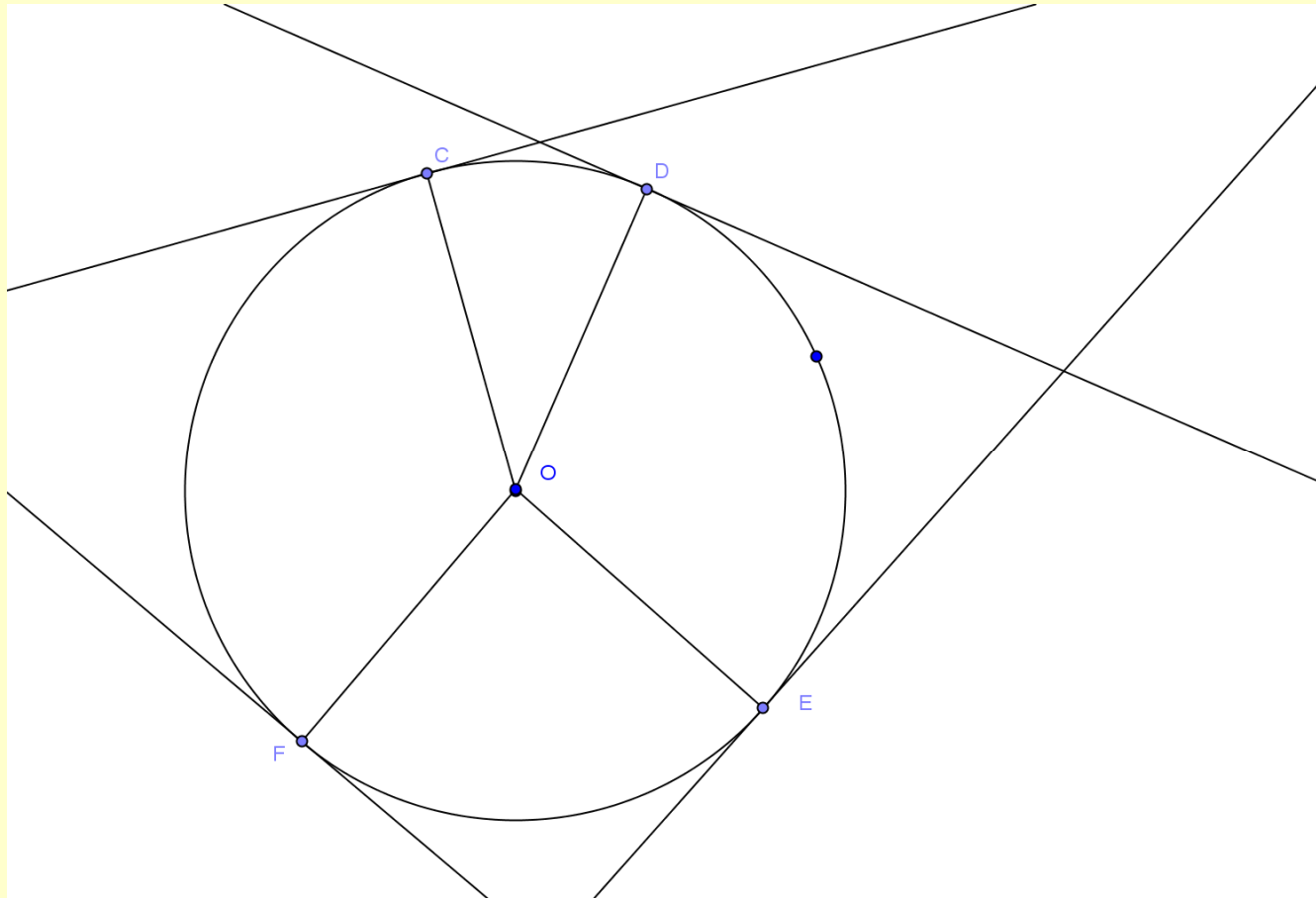


Profilo generale e competenze

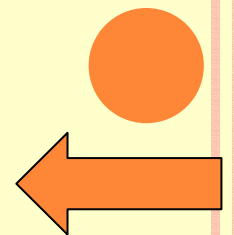
- Concetti e metodi della matematica sia come valore intrinseco (quadro concettuale e tecniche adeguate) sia connessi all'analisi del mondo reale
- La matematica posta in un contesto di sviluppo storico, filosofico, scientifico e tecnologico
 - Matematica nel pensiero greco
 - Matematica infinitesimale e rivoluzione scientifica del Seicento
 - Dal razionalismo illuministico alla matematica moderna
- **Interazione della matematica con le altre discipline scientifiche**



Congettura in geometria

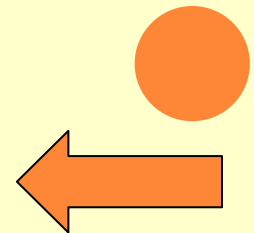


File



Che cosa è un problema?

- Lorenzo: "Secondo me un problema è un insieme di parole dove ci sono dei numeri" (Zan, 1991-1992)
- P. Nesher(1980)
Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se ci metti una caraffa d'acqua a 80° ed una a 40° ?
Risposta: 120°
Come diventa l'acqua se in un recipiente metti acqua calda e acqua fredda?
Risposta: tiepida
- H. Schoenfeld (1987)
Un bus dell'esercito può portare 36 soldati. Se bisogna trasportare 1128 soldati al loro campo di addestramento, quanti bus occorrono?
Risposta: 31,33333....
- Y. Chevallard (1988)
Un pastore ha 360 pecore e 5 cani. Qual è l'età del pastore?
18 anni



I problemi nella Didattica della Matematica

- Problema:” *quando una o più regole o una o più procedure non sono ancora bagaglio cognitivo del solutore; alcune di esse potrebbero essere proprio in quell'occasione in via di esplicitazione; a volte è la successione stessa delle operazioni risolventi a richiedere un atto creativo da parte del solutore*”.
(D'Amore, 1999).
- Esercizio:” *quando per la risoluzione è previsto che si debbano utilizzare regole e procedure già apprese, anche se in corso di consolidamento. Gli esercizi rientrano nella categoria delle prove a scopo di verifica immediata o di rafforzamento*”.
(D'Amore, 1999).



Il ruolo del linguaggio

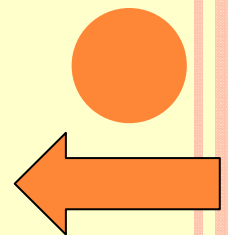
- Il linguaggio utilizzato dall'insegnante durante le lezioni e il linguaggio con cui è formulato il testo degli esercizi influiscono sulla comprensione del compito assegnato e sulla possibilità di soluzione a parte dello studente.
- Lo studente che ha carenze nelle nozioni matematiche spesso incontra l'ulteriore ostacolo della lingua; non riuscendo a comprendere il testo dell'enunciato non riesce a trarre da esso le informazioni necessarie né ad applicare le incerte conoscenze che già possiede.



Difficoltà ed errori

Le difficoltà possono manifestarsi in una delle seguenti fasi:

- **lettura del testo del problema** (quindi, proposta di attività nell'ambito del registro del linguaggio quali: esplicitare maggiormente il testo di un problema, porre le informazioni in modo ordinato e sequenziale, esplicitare gli oggetti matematici e le relazioni utili per la soluzione).
- **comprensione del testo** (saper costruire una figura geometrica o un modello algebrico coerente con il testo e con i dati e viceversa, cioè considerare il ruolo fondamentale della corretta gestione della conversione tra diversi **registri semiotici**).
- **traduzione del testo in un modello matematico** (rappresentazioni di figure geometriche che, con il ricorso a specifici software per l'insegnamento della geometria quale è *Cabri géomètre*, possono essere gestite in maniera dinamica mediante trasformazioni all'interno del **registro semiotico della geometria**).



Dimostrare

- **x: i fagioli sono bianchi**
- **a: i fagioli di un certo sacco sono bianchi**
- **c: i fagioli provengono dal sacco**

- $(x \wedge a) \rightarrow c$ **abduzione**
- $(x \wedge c) \rightarrow a$ **induzione**
- $(a \wedge c) \rightarrow x$ **deduzione**



Che cosa significa dimostrare?

Teorema:

Se in un quadrilatero le due diagonali si dividono scambievolmente a metà, allora il quadrilatero è un parallelogramma.

Se in un quadrilatero le due diagonali si dividono scambievolmente a metà, allora il quadrilatero è un parallelogramma
ENUNCIATO TERZO

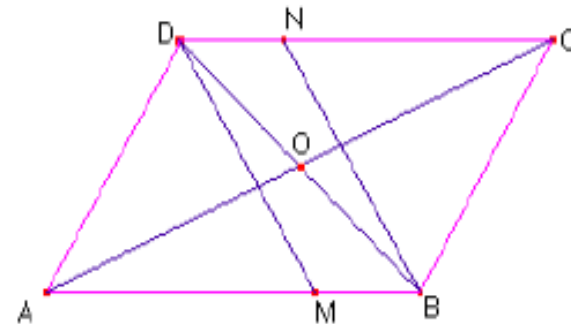
In un quadrilatero le
diagonali si dividono
scambievolmente a
metà

PREMESSA
(sovrapposizione)

Il quadrilatero
è un parallelogramma

CONCLUSIONE
(distacco)

Dato il parallelogramma ABCD, siano M ed N punti rispettivamente di AB e DC equidistanti dagli estremi B e D.
Dimostrare che MBND è un parallelogramma.



Ipotesi:
ABCD parallelogramma,
 $DN = BM$

Tesi:
MBND parallelogramma

Dimostrazione

Considero il quadrilatero MBND.

Esso ha:

- $DN = BM$ per ipotesi
- $DN \parallel BM$ perché appartengono ai lati opposti di un parallelogramma

1^a proposizione in ingresso

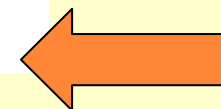
2^a proposizione in ingresso

Viene utilizzata la Regola di inferenza
(non esplicitata)

Se in un quadrilatero due lati opposti sono uguali e paralleli, il quadrilatero è un parallelogramma

Quindi, MBND, avendo due lati opposti uguali e paralleli, è un parallelogramma.

CONCLUSIONE

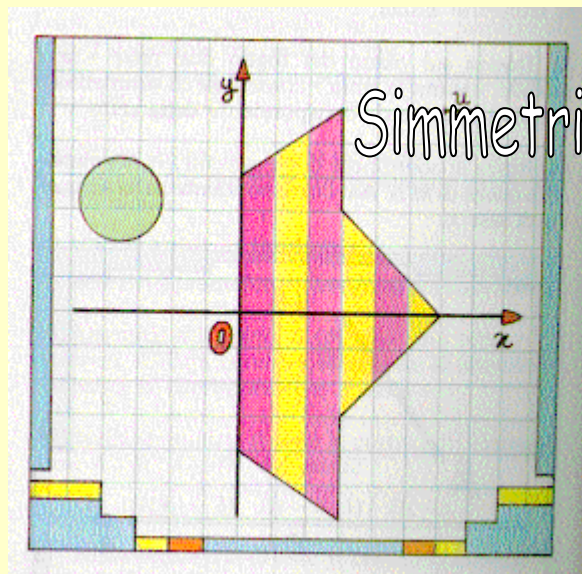




Traslazione

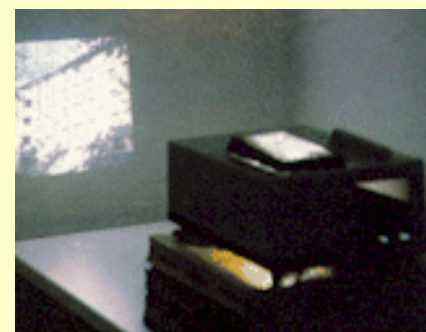


Rotazione

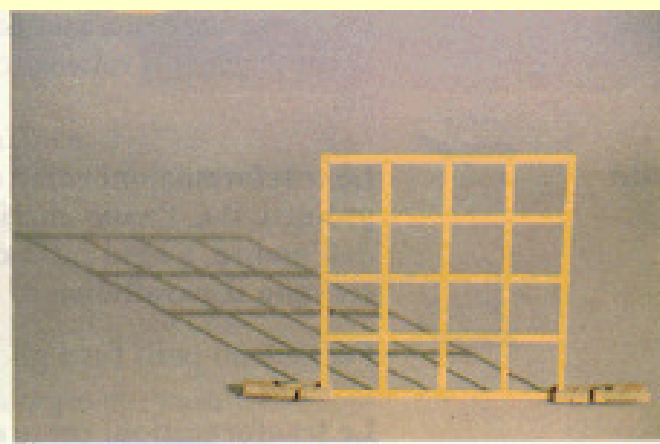


Simmetria assiale e centrale

Omotetia



Affinità

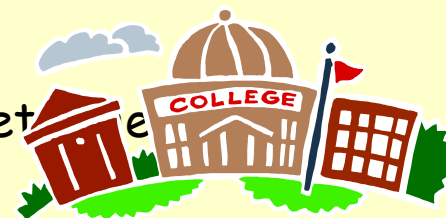


Perché le trasformazioni geometriche?

Dalle Indicazioni Nazionali per il curricolo (2007)

Classe terza - Scuola primaria

- Riconoscere, denominare, descrivere figure geometriche
- Disegnare figure geometriche

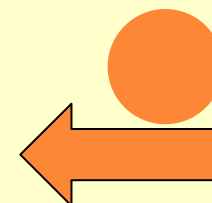


Classe quinta - Scuola primaria

- Descrivere e classificare figure geometriche, identificando **elementi significativi e simmetrie**, anche al fine di farle riprodurre da altri
- Riprodurre figure e disegni geometrici utilizzando opportuni strumenti
- Riconoscere figure **ruotate, traslate, riflesse**

Classe terza - Scuola secondaria di 1° grado:

- Riprodurre figure e disegni geometrici utilizzando opportuni strumenti, in base a una descrizione e codificazione, anche fatta da altri
- Conoscere definizioni, e proprietà significative delle principali figure piane
- Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche per comunicarle ad altri
- Riconoscere figure piane **simili** in vari contesti e riprodurle in scala



Il software di geometria
nel Laboratorio di matematica

- Costruire
- Esplorare



Argomentare,
Congetturare,
Dimostrare

UMI – Matematica 2003 – Matematica 2004



- Secondo Fischbein (1993), i concetti della geometria (**concetti figurali**) sono rappresentati da disegni i quali, pur essendo particolari, condividono con il concetto astratto la componente figurale.
- Gli errori che, a livello scolastico, gli studenti compiono nella rappresentazione di figure geometriche con “carta e matita” possono essere ricondotti al fatto che la componente figurale sfugge al controllo concettuale. L'immagine realizzata con un SW di geometria dinamica mantiene una sua logica interna, legata al processo di costruzione utilizzato, che si manifesta quando la figura si muove.
- Il ragionamento geometrico è visto come una dialettica tra l'aspetto figurale e l'aspetto concettuale che consente di effettuare **congetture** da verificare o dimostrare in un momento successivo.

