



# I LIVELLI DELLA COMPETENZA MATEMATICA

---

E

## LA CERTIFICAZIONE DI COMPETENZE

Potenza

15 aprile 2010

Grazia Grassi - SSIS Unibo

## VALUTAZIONE DEGLI APPRENDIMENTI vs CERTIFICAZIONE DELLE COMPETENZE

---

- La difficoltà risiede nel separare conoscenze, abilità e competenze, come se queste ultime fossero qualcosa di diverso e di aggiuntivo rispetto alle conoscenze e alle abilità.
- *“Le “competenze” indicano la comprovata capacità di usare conoscenze, abilità e capacità personali, sociali e/o metodologiche, in situazioni di lavoro o di studio “ (si noti la ripetizione del termine “capacità” in due accezioni differenti)  
(dal “Quadro europeo delle Qualifiche e dei Titoli”)*

# E in Matematica?

---

- **COME INDIVIDUARE LE COMPETENZE?**
- **COME SVILUPPARLE CON L'AZIONE DIDATTICA?**
- **COME SI DIMOSTRA IL POSSESSO DELLE COMPETENZE RICHIESTE?**

Sapere



*trasposizione didattica*

**sapere da insegnare**



*la realtà dell'azione didattica*

**sapere insegnato**



*la realtà dell'apprendimento*

**sapere appreso**

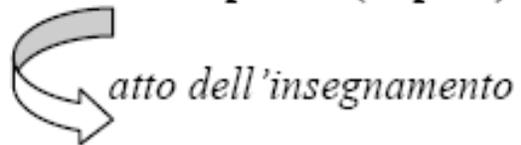


*costruzione della conoscenza*

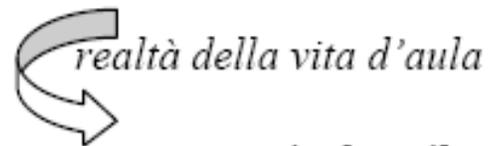
**sapere competente**

*Modalità di interpretazione del termine curricolo:*

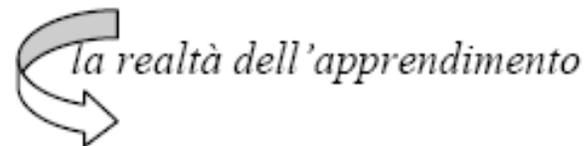
**curricolo auspicato (Sapere)**



**curricolo proposto**



**curricolo sviluppato**



**curricolo appreso (Sapere competente)**

**Documenti:**  
**Indicazioni per il curricolo – 2007**  
**D.M. n.139 – 2007**  
**Indicazioni per i Licei – Bozza 15/03/2010**

**Matematica**

**Studenti**

**Insegnanti**

**Prove nazionali: Invalsi (IV prova Scuola media)**  
**Prove internazionali: Ocse Pisa, TIMSS**

**Documento UMI –CIIM:**  
**Matematica 2001 -2003**

# Linee guida dei curricoli UMI

Due assi portanti dello sviluppo e della crescita culturale e intellettuale degli studenti:

- la capacità di controllo della lingua nazionale
- **la capacità di controllo degli strumenti matematici**

## Quale matematica insegnare?

### **nuclei tematici:**

- *il numero (numeri e algoritmi)*
- *lo spazio e le figure*
- *le relazioni (relazioni e funzioni)*
- *i dati e le previsioni*

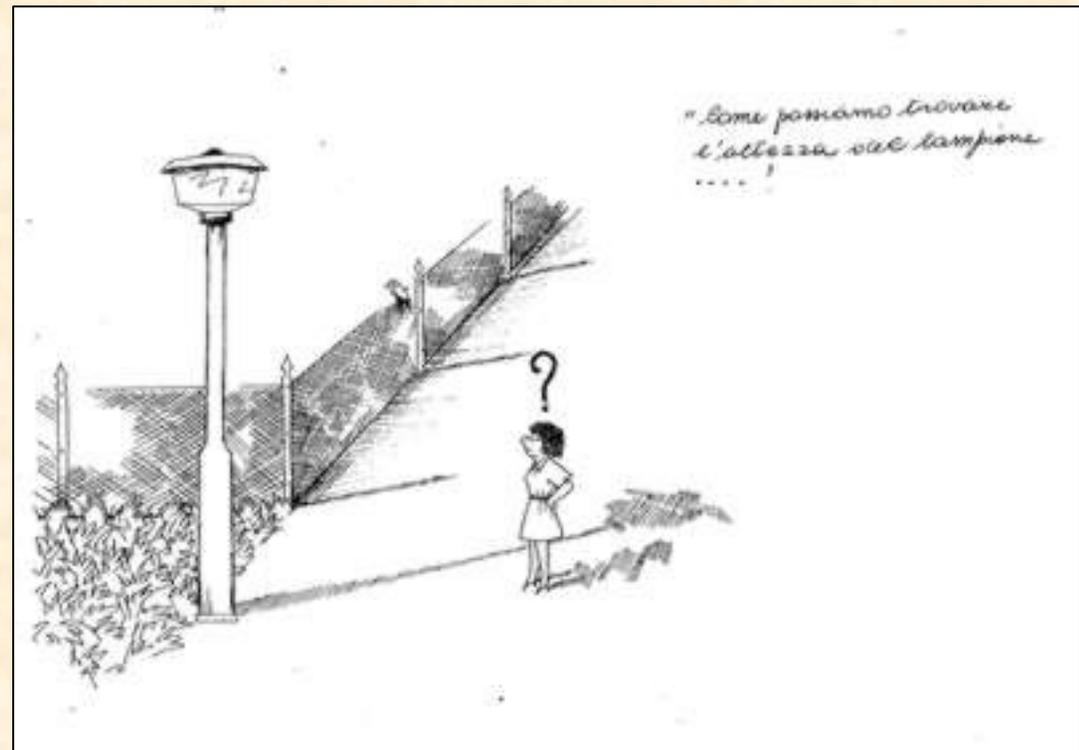
### **nuclei di processo:**

- *misurare*
- *argomentare e congetturare (...dimostrare)*
- *risolvere e porsi problemi*

# Il problema del lampione

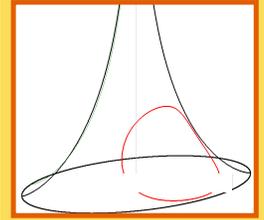
(tratto da: Le ombre del sole di Rossella Garuti)

Il lampione del parcheggio è altissimo, non possiamo misurarlo direttamente. Come fare per sapere quanto è alto?



lampione

# Quale matematica .....



La matematica  
per il cittadino

## Curricoli UMI-CIIM 2001 - 2003

La formazione del curricolo scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia la funzione culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato,

e dall'altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti.

## Traguardi per lo sviluppo di competenze al termine della scuola primaria (D.M.31/07/07)

### Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà.

Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

Percepisce e rappresenta forme, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo, utilizzando in particolare strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura.

Utilizza rappresentazioni di dati adeguate e le sa utilizzare in situazioni significative per ricavare informazioni.

Riconosce che gli oggetti possono apparire diversi a seconda dei punti vista.

Parte prima

## Traguardi per lo sviluppo di competenze al termine della scuola primaria (D.M.31/07/07)

Descrivere e classifica figure in base a caratteristiche geometriche e utilizza modelli concreti di vario tipo anche costruiti o progettati con i suoi compagni.

Affronta i problemi con strategie diverse e si rende conto che in molti casi possono ammettere più soluzioni.

Riesce a risolvere facili problemi (non necessariamente ristretti a un unico ambito) mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati e spiegando a parole il procedimento seguito.

Impara a costruire ragionamenti (se pure non formalizzati) e a sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.

Impara a riconoscere situazioni di incertezza e ne parla con i compagni iniziando a usare le espressioni "è più probabile", "è meno probabile" e, nei casi più semplici, dando una prima quantificazione.

## Traguardi per lo sviluppo di competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

### Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

L'alunno ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e, attraverso esperienze in contesti significativi, ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

Percepisce, descrive e rappresenta forme relativamente complesse, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

Ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione), grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.

Rispetta punti di vista diversi dal proprio; è capace di sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e argomentando attraverso concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

Parte prima

## Traguardi per lo sviluppo di competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

---

Valuta le informazioni che ha su una situazione, riconosce la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto, sviluppando senso critico.

Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.

Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Usa correttamente i connettivi (e, o, non, se... allora) e i quantificatori (tutti, qualcuno, nessuno) nel linguaggio naturale, nonché le espressioni: è possibile, è probabile, è certo, è impossibile.

# QUALE MATEMATICA .....

---



## Indicazioni per il curricolo - 2007

- La matematica ha uno specifico ruolo nello sviluppo della capacità generale di operare e comunicare significati con linguaggi formalizzati e di utilizzare tali linguaggi per rappresentare costruire modelli di relazioni fra oggetti ed eventi.
- In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili alla vita quotidiana, inoltre contribuisce a sviluppare capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni altrui.

# LA PROPOSTA PER IL BIENNIO SECONDARIO SUPERIORE

---

Regolamento del Nuovo Obbligo di  
Istruzione fino a 16 anni:

D.M. 22-08-2007

**Obiettivo:** assicurare l'equivalenza  
formativa di tutti i percorsi scolastici,  
nel rispetto dei curricoli dei diversi  
ordini e indirizzi di studio

# ASSI CULTURALI

---

- Saperi e competenze sono riferiti a quattro assi culturali strategici:
  - Asse dei linguaggi
  - Asse matematico
  - Asse scientifico-tecnologico
  - Asse storico-sociale
- Facendo proprie le competenze chiave dell'UE sono proposti come trama per la costruzione di percorsi di apprendimento



L'adempimento dell'obbligo di istruzione deve consentire infatti, una volta conseguito il titolo di studio conclusivo del primo ciclo:

---

o l'acquisizione dei saperi e delle competenze previste dai curricula relativi ai primi due anni degli istituti di istruzione secondaria superiore in riferimento a quattro assi culturali: dei linguaggi, matematico, scientifico-tecnologico, storico-sociale;

o questi costituiscono "il tessuto" per la costruzione di percorsi di apprendimento orientati all'acquisizione delle competenze chiave che preparino i giovani alla vita adulta e che costituiscano la base per consolidare e accrescere saperi e competenze in un processo di apprendimento permanente, anche ai fini della futura vita lavorativa.

# IL QUADRO DI RIFERIMENTO EUROPEO

---

- Obiettivi strategici per la qualità dell'istruzione a garanzia del diritto di cittadinanza per tutti: **Conferenza di Lisbona 2000**
- Programma d'Azione per la promozione della cittadinanza attiva: **Consiglio d'Europa 2004**
- Competenze chiave per l'apprendimento permanente: **Raccomandazione del Consiglio e del Parlamento Europeo 2006**

# COMPETENZE CHIAVE

---

- Comunicazione nella madrelingua
- Comunicazione nelle lingue straniere
- **Competenza matematica** e competenze di base in scienza e tecnologia
- Competenza digitale
- Imparare a imparare
- Competenze sociali e civiche
- Spirito di iniziativa e imprenditorialità
- Consapevolezza ed espressione culturale

# ASSE MATEMATICO

---

- La competenza matematica non si esaurisce nel sapere disciplinare, comporta l'abilità di individuare e applicare procedure per affrontare situazioni problematiche nel contesto quotidiano mediante linguaggi formalizzati
- Comporta la capacità e la disponibilità ad usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione

# MODELLO MATEMATICO

---

Nozione che descrive in termini corretti il modo di passare da una **situazione concreta**, conosciuta solo intuitivamente o sperimentalmente, ad un insieme di **schemi formalizzati** che la descrivono e che consentono, anche con l'aiuto di un computer di **simularne il comportamento** e di **formulare previsioni**, da verificare poi sul campo, sulla sua **evoluzione**

# Nodi da approfondire per l'attivazione di proposte didattiche

---

- Contemperare matematica come oggetto di conoscenza e matematica come atteggiamento e strumento per la conoscenza
- Matematica come oggetto di studio,  
come linguaggio per descrivere, definire, spiegare, argomentare, dimostrare,  
come strumento di lettura e interpretazione del reale

# MATEMATICA come....

---

## Linguaggio per

- **descrivere,**
- **definire,**
- **spiegare,**
- **argomentare,**
- **dimostrare**

○ **SPIEGARE**

Rendere intellegibile  
un risultato

○ **ARGOMENTARE**

Produrre elementi a  
supporto dell'accettazione  
della verità di una  
affermazione  
I criteri comuni di  
accettazione sono spesso  
impliciti

○ **DIMOSTRARE**

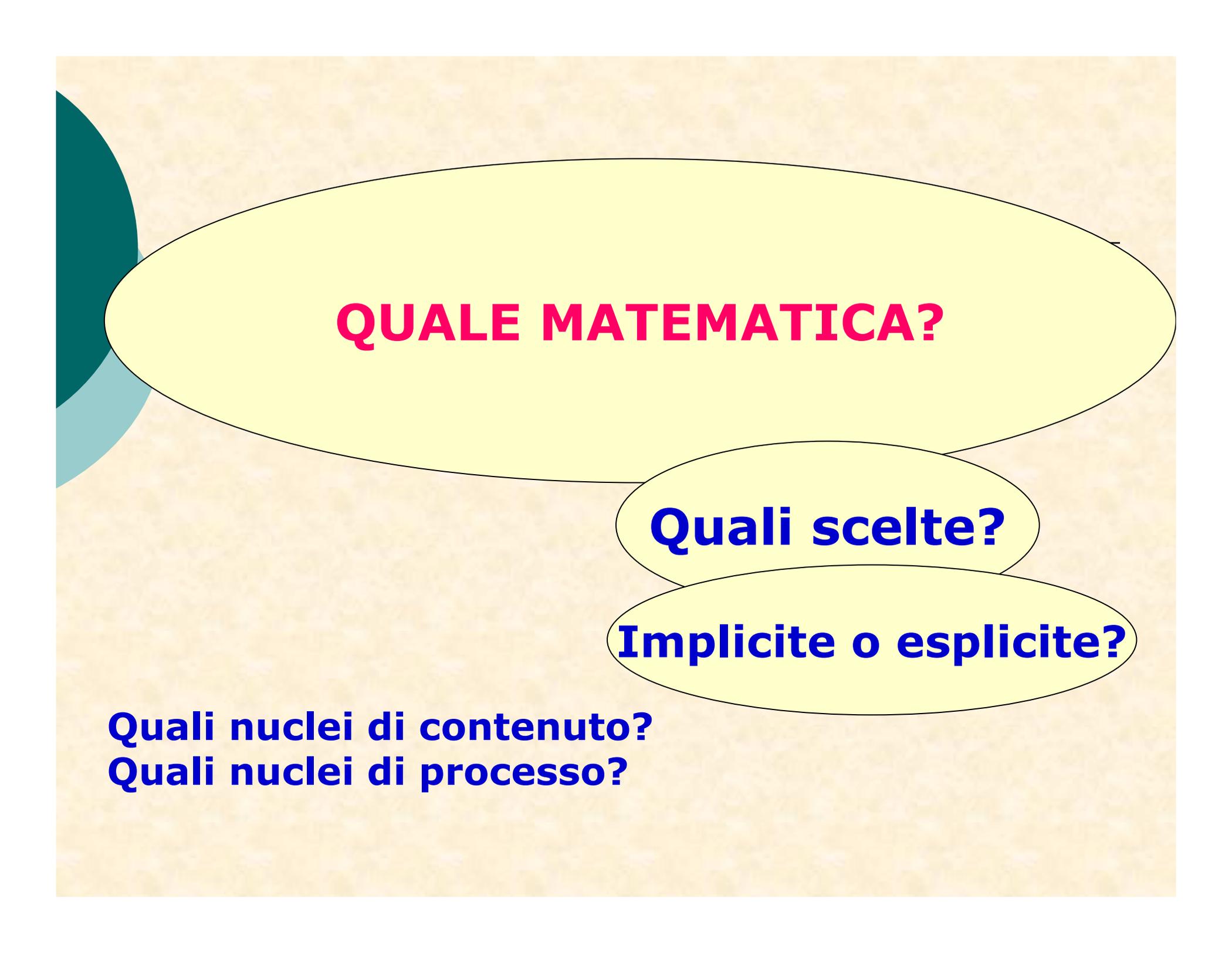
Si richiedono regole  
di accettazione  
condivise dalla  
comunità dei  
matematici

- 
- 
- **Mediare un rapporto equilibrato fra i vari aspetti dell'apprendimento della matematica: algoritmico, concettuale, di strategie, di comunicazione e di gestione delle rappresentazioni**
  - **Creazione di ambienti funzionali all'apprendimento, attività di tipo laboratoriale**

# MATEMATICA

---

Si connota oggi come  
**“apprendimento di base”** e  
pertanto da sviluppare e  
garantire per tutti i giovani come  
diritto formativo irrinunciabile  
per l'esercizio della cittadinanza  
attiva



**QUALE MATEMATICA?**

**Quali scelte?**

**Implicite o esplicite?**

**Quali nuclei di contenuto?**  
**Quali nuclei di processo?**

## Per ogni insegnante, sono da considerare:

- esperienze personali (anche come allievo)
- esperienze professionali
- credenze relative al sapere
- attese pedagogiche
- insieme delle filosofie implicite
- il ruolo che l'insegnante assume in classe
- il linguaggio del quale fa uso
- la consapevolezza del proprio mestiere
- l'analisi personale della realtà socio-scolastica (non disgiunta dalla noosfera)
- l'influenza di studi e ricerche

# Nuclei fondanti

---

Le scelte operate dall'Italia:

- **Indicazioni per il curriculum (2007)**
- **Curricoli UMI – CIIM (Matematica 2001 – 2003)**
- **D.M. n.139/07 Obbligo di Istruzione**
- **Bozza Indicazioni Nazionali per i Licei 15/03/2010**

Le scelte a livello internazionale:

- **OCSE –PISA**
- **TIMSS 2007**

<b>Indicazioni Nazionali e Indicazioni per il curricolo</b>	<b>OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (idee chiave)</b>	<b>TIMSS 2007 Content domains (domini di contenuto)</b>	<b>NCTM Standards 2000 Contents (contenuti)</b>
NUMERI	QUANTITA'	NUMERO	NUMERI E OPERAZIONI
SPAZIO E FIGURE	SPAZIO E FORMA	GEOMETRIA	GEOMETRIA
RELAZIONI E FUNZIONI	CAMBIAMENTI E RELAZIONI	ALGEBRA	ALGEBRA
MISURE, DATI E PREVISIONI	INCERTEZZA	DATI E CASO	ANALISI DEI DATI E PROBABILITA'

**TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study**

**IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement**

[www.invalsi.it](http://www.invalsi.it)

## NODI DA APPROFONDIRE PER L'ATTIVAZIONE DI PROPOSTE DIDATTICHE

---

- Contemperare matematica come oggetto di conoscenza e matematica come atteggiamento e strumento per la conoscenza
- Matematica come oggetto di studio, come linguaggio per descrivere, definire, spiegare, argomentare, dimostrare, come strumento di lettura e interpretazione del reale

# TRACCE DI LAVORO .....

---

## ➤ Riconsiderazione/documentazione delle pratiche didattiche pregresse

- Il contesto, l'oggetto, l'attività, le conoscenze e abilità coinvolte, verifica e valutazione
- Competenze correlate ai contenuti e alle attività proposte, alle conoscenze e abilità di cui è stato verificato l'apprendimento
- Raccordi con oggetti e attività di altre discipline/Assi

# TRACCE DI LAVORO .....

---

- o Progettazione di esperienze formative orientate allo sviluppo di competenze :

disciplinari

multidisciplinari

Attività,  
Abilità e conoscenze,  
Verifica e valutazione ,  
Competenze

Gruppo di progettazione  
(Consiglio di classe),  
Contesto , Idea formativa,  
Denominazione del percorso ,  
Prodotto atteso, Modalità di  
socializzazione

# ANALISI DI UN CASO

---

- Riconsiderazione/documentazione delle pratiche didattiche pregresse
- Progettazione di esperienze formative orientate allo sviluppo di competenza matematica

## La tariffa della piscina comunale

(tratto da Brandi P., Salvadori A., Progetto Matematica e realtà 2006/2007)

Materiali Piano [M@t.abel](mailto:M@t.abel)

## Attività: La tariffa della piscina comunale

Le piscine comunali offrono, tra le altre, le seguenti possibilità di accesso (Tab.1).

Qual è la tariffa più conveniente in funzione del numero di ingressi che si intendono effettuare?

Tab. 1	
Tariffa piscina comunale	
Tariffa	Costo
A - singolo accesso	6,5 euro
B - carnet di 10 ingressi	52 Euro

- Contesto: una classe seconda
- Oggetti matematici: concetto di relazione, di funzione, di equazione, argomentazioni e verifiche, modelli matematici (tabelle, grafici, relazioni algebriche), strategie risolutive, uso consapevole dei diversi registri rappresentativi

# FASE 1

## TARIFFA A: rappresentazioni e significati

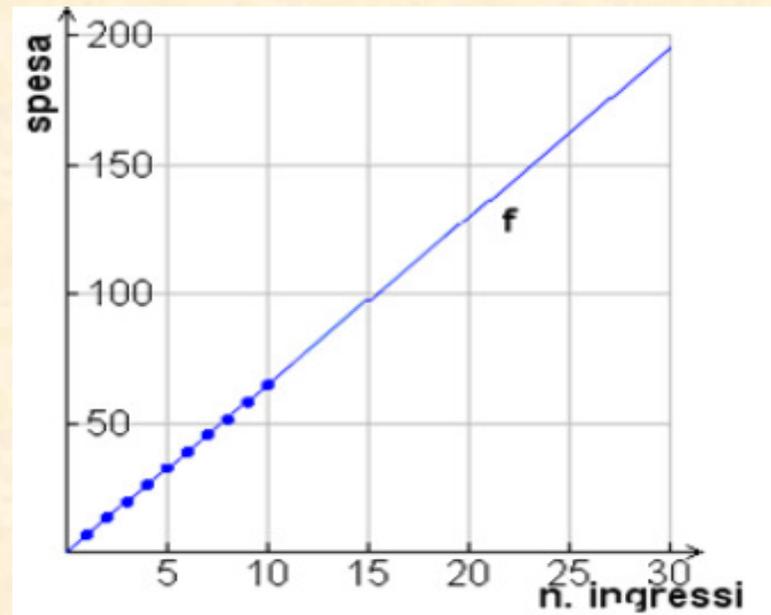
N. ingressi	Costo
1	6,5
2	.....
3	19,5
.....	26

$$S : n = 6,5$$

$$S = 6,5 \times n$$

$$y = 6,5 \cdot x$$

$$y = k x ,$$



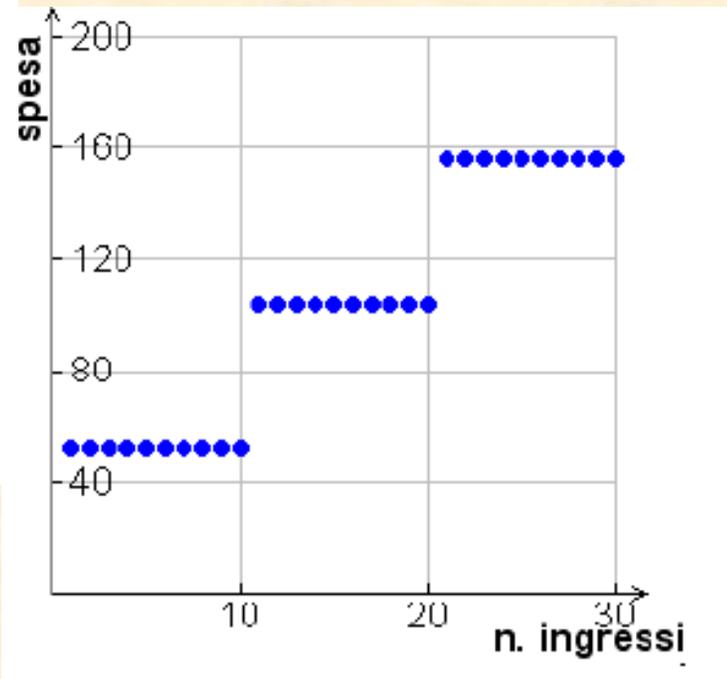
“All’aumentare del numero di volte che si va in piscina....si paga di più” (Stefano)

# FASE 1

## TARIFFA B: rappresentazioni e significati

N. ingressi	Costo
$1 \leq n \leq 10$	52
$10 < n \leq 20$	104
$20 < n \leq 30$	156
.....	

$$S = \begin{cases} 52 & 1 \leq n \leq 10 \\ 104 & 10 < n \leq 20 \\ 156 & 20 < n \leq 30 \end{cases}$$

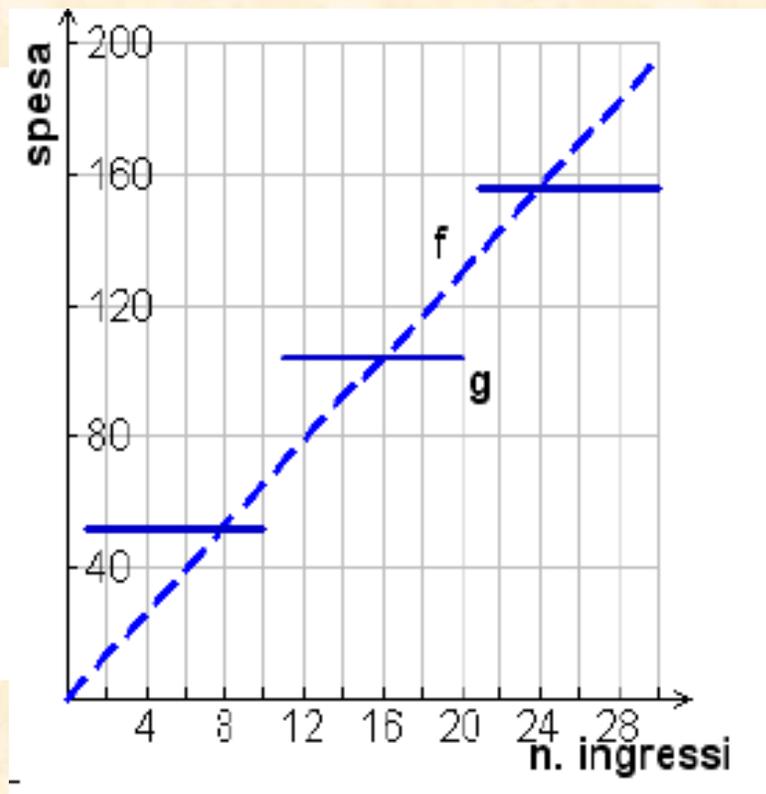


“da 10 a 20 ingressi , si paga 104 euro” (Simona)

## FASE 2

CONVIENE DI PIÙ LA TARIFFA A OPPURE LA TARIFFA B?

n. ingressi	Tariffa più conveniente
$1 \leq n < 7$	A
$n = 8$	indifferente
$9 \leq n \leq 10$	B
$11 \leq n \leq 15$	A
$n = 16$	indifferente
$17 \leq n \leq 20$	B
$21 \leq n \leq 23$	A
$n = 24$	indifferente



# L'analisi didattica

---

- L'oggetto matematico
  - il concetto di funzione
- L'analisi storico - epistemologica
  - ostacoli epistemologici all'apprendimento
- Le modalità usuali di insegnamento
  - sottoinsieme del prodotto cartesiano
  - legge della fisica, ad esempio:  $s=v(t)$  ....  $F=ma$
  - studio di funzione come al Liceo ...
- Le difficoltà degli allievi, le loro convinzioni
- Gli esiti della usuale prassi didattica

# Verso le competenze.....(1)

---

Quadro di riferimento:

- Obbligo di istruzione (D.M. 22/08/2007)
- Certificazione (D.M.9/01/2010)

# Competenze al termine dell'Obbligo di istruzione

---

- Individuare le strategie appropriate per la soluzione dei problemi

## Abilità/Capacità

- Formalizzare attraverso modelli algebrici e grafici
- Convalidare i risultati sia empiricamente sia con argomentazioni
- Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa

# Competenze al termine dell'Obbligo di istruzione

---

- Analizzare dati ed interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.

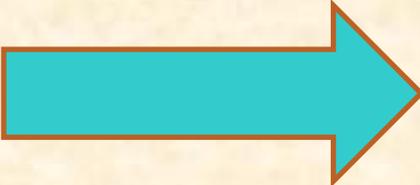
## Abilità/Capacità

- Leggere e interpretare tabelle e grafici
- Riconoscere relazioni tra variabili e formalizzarle attraverso una relazione matematica
- Rappresentare nel piano cartesiano il grafico di una funzione

# Competenze di cittadinanza

---

- Imparare ad imparare

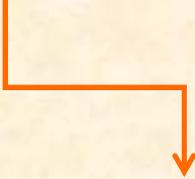
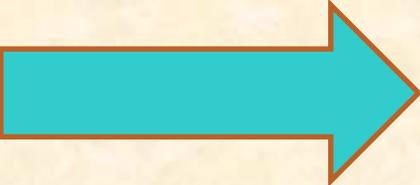


Utilizzare esperienze provenienti dall'ambito informale (frequenza impianti sportivi) per dare significato a concetti della Matematica: concetto di equazione e di funzione.

# Competenze di cittadinanza

---

## ○ Comunicare

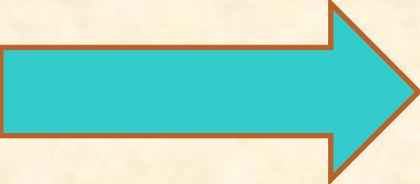


Comprendere le informazioni contenute in una tabella (relazioni matematiche), esprimerle in linguaggi diversi - verbale, simbolico  $S = 6,5 \times n$ , matematico  $y = 6,5x$  - utilizzando supporti cartacei, informatici e multimediali.

# Competenze di cittadinanza

---

- Collaborare e partecipare

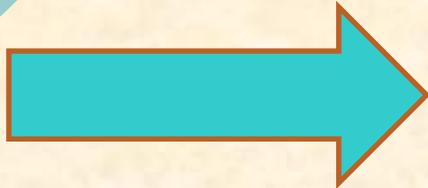
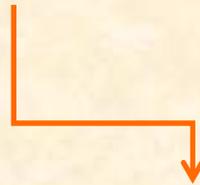


Interagire costruttivamente coi compagni e con l'insegnante, durante le attività che coinvolgono l'intera classe o nel lavoro di gruppo, per la ricerca di regolarità e di relazioni.

# Competenze di cittadinanza

---

○ Risolvere problemi

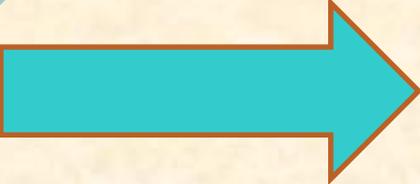


Valutare i dati forniti dalle tabelle, elaborarli e rappresentarli nel linguaggio naturale e nel linguaggio dell'algebra, trarne situazioni coerenti con la situazione problematica.

# Competenze di cittadinanza

---

- Acquisire ed interpretare l'informazione



Leggere e comprendere tabelle di dati, tradurle con rappresentazioni diverse, traendo da ciascun registro le informazioni più attendibili per lo scopo da raggiungere.



# Verso le competenze.....(1)

---

Quadro di riferimento:

- Obbligo di istruzione (D.M. 22/08/2007)
- Certificazione (D.M.9/01/2010)

# Riordino Scuola Secondaria superiore

## Profilo Istituti Tecnici 04/02/2010

---

- I percorsi degli istituti tecnici si articolano in un'area di istruzione generale comune e in aree di indirizzo.
- Le linee guida comprendono altresì l'articolazione in competenze, abilità e conoscenze dei risultati di apprendimento, anche con riferimento al Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente (European Qualifications Framework-EQF).
- Rafforzamento e lo sviluppo degli assi culturali che caratterizzano l'obbligo di istruzione: asse dei linguaggi, matematico, scientifico-tecnologico, storico-sociale.

# LIVELLI DELLA COMPETENZA MATEMATICA

---

## Riferimenti

- o Indagine OCSE - PISA

# L'indagine OCSE-PISA

*(Programme for International  
Student Assessment)*



## Il progetto OCSE-PISA

**Le prove misurano le competenze dei 15enni  
scolarizzati dei paesi partecipanti,  
indipendentemente dai curricula dei diversi  
paesi**

# Spunti e sollecitazioni da OCSE-PISA

---

## ○ Literacy matematica

capacità di **identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale**, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita di un **individuo in quanto cittadino che riflette, che si impegna e che esercita un ruolo costruttivo**.



Si tratta di una matematica nella quale sono  
fortemente correlati:

---

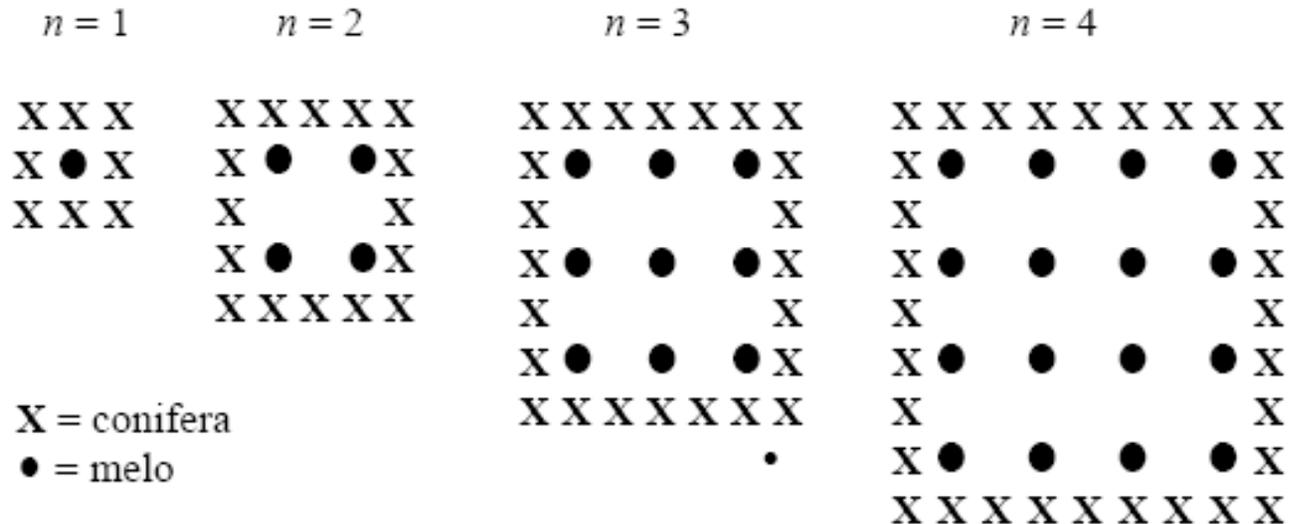
- I contenuti disciplinari
- Le situazioni e i contesti in cui i problemi sono posti
- I processi che gli allievi devono attivare per collegare la situazione problematica affrontata con i contenuti matematici

# Ocse 2000

## MELI

Un agricoltore pianta dei meli in modo da formare un quadrato. Per proteggere questi alberi dal vento, pianta delle conifere intorno al frutteto.

Qui sotto puoi vedere uno schema che rappresenta la disposizione dei meli e delle conifere per un numero qualsiasi ( $n$ ) di filari di meli:



Idea chiave: Cambiamenti e relazioni

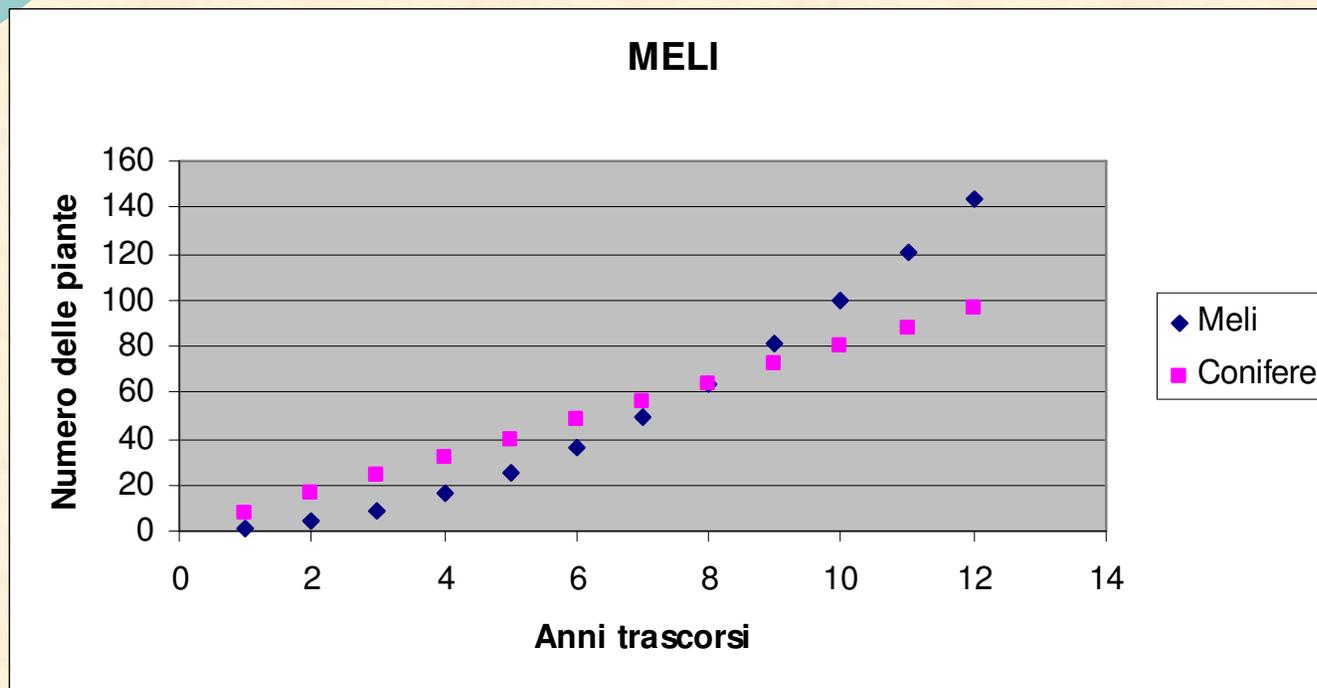
$n =$	Numero di meli	Numero di conifere
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Numero di meli =  $n^2$

Numero di conifere =  $8n$

dove  $n$  è il numero di filari di meli.

Vi è un valore di  $n$  per cui il numero di meli è uguale al numero di conifere. Trova il valore di  $n$  e mostra il metodo che hai usato per calcolarlo.



**Risposte  
esatte:  
circa 1/3  
del totale**

## **Il quesito:**

---

**Riguarda la funzione culturale della matematica**

**Per la soluzione, lo studente deve:**

- ✓ **Ricerca regolarità**
- ✓ **Usare variabili**
- ✓ **Ricorrere all'uso consapevole dei concetti funzione e di equazione**
- ✓ **Generalizzare le relazioni trovate**

**Eventuali sviluppi: insiemi numerici densi e/o continui**



~~Nella scuola italiana uno spazio~~  
**MOLTO AMPIO**  
è dedicato al  
**CALCOLO LETTERALE.**

**Nella prassi scolastica,  
nella trattazione del calcolo letterale  
prevalgono le procedure di calcolo,  
senza  
riferimento a situazioni  
in cui la manipolazione di espressioni  
acquista significato.**

# RAPPRESENTAZIONE

---

- Decodificare e codificare, tradurre, interpretare e distinguere le diverse forme di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche e le relazioni tra le varie rappresentazioni;
- Scegliere e passare da una forma di rappresentazione a un'altra, in relazione alla situazione e allo scopo.

# MODELLIZZAZIONE

---

Questa competenza consiste:

- nella strutturazione del campo o della situazione che deve essere modellizzata;
- nel tradurre "la realtà" in strutture matematiche;
- nell'interpretare i modelli matematici in termini di "realtà";
- nel lavorare con un modello matematico; nel validare il modello, nel riflettere, analizzare e valutare un modello e i suoi risultati;
- nel comunicare ad altri il modello e i suoi risultati (compresi i limiti di tali risultati);
- nel monitorare e controllare il processo di modellizzazione.

**IV Prova - Secondaria  
di I Grado  
17 giugno 2008**

- C9. In una tavoletta babilonese del 1800 a.c. si legge il seguente quesito:  
“Un bastone lungo 10 unità è appoggiato ad un muro (figura a). Poi, scivola di 2 unità (figura b). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?”.

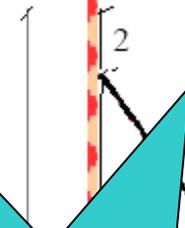
10



figura a

10

2



**Risposte esatte: 57%**

- A. 6 unità.
- B. 8 unità.
- C. 10 unità.
- D. 12 unità.



---

**Quali problemi sono presentati  
nella pratica didattica?**

**Quale è il ruolo assegnato ai  
problemi?**

# FORMULAZIONE E RISOLUZIONE DI PROBLEMI

---

- Questa competenza consiste nel porre, formulare e definire diversi tipi di problemi matematici (quali problemi "puri", "applicati", "aperti" e "chiusi") e nel risolverli in vari modi

Ocse

prova OCSE PISA



## IL LAMPIONE

**Il consiglio comunale ha deciso di mettere un lampione in un piccolo parco triangolare in modo che l'intero parco sia illuminato.**

**Dove dovrebbe essere collocato il lampione?**

IDEA CHIAVE



SPAZIO E FORMA

CAMBIAMENTO E RELAZIONI

## IL PROCESSO DI MATEMATIZZAZIONE

### 1. Partire da un problema reale.

Occorre localizzare il punto di un parco in cui mettere un lampione.

### 2. Structurare il problema in base a concetti matematici.

Il parco può essere rappresentato come un triangolo e l'illuminazione di un lampione come un cerchio con il lampione al centro.



## IL PROCESSO DI MATEMATIZZAZIONE



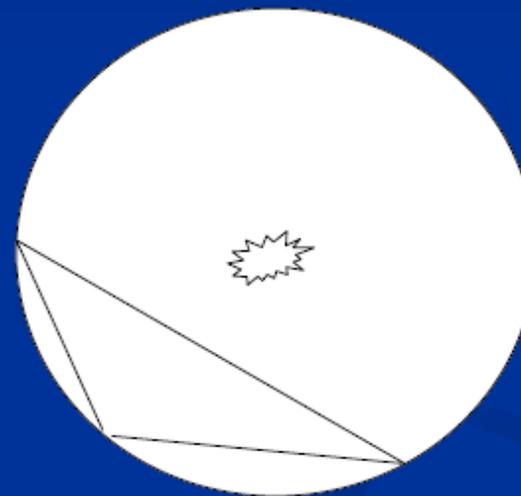
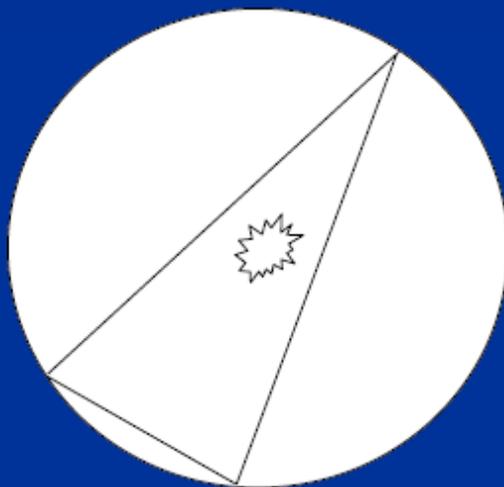
**Il problema viene riformulato in:**

***“localizzare il centro del cerchio circoscritto al triangolo”.***

**4. Risolvere il problema matematico.**

**Poiché il centro di un cerchio circoscritto a un triangolo giace nel punto di incontro degli assi dei lati del triangolo, occorre costruire gli assi di due lati del triangolo. Il loro punto di intersezione è il centro del cerchio.**

## RAPPRESENTAZIONE GRAFICA



17

Quali competenze

Livelli

# ARGOMENTAZIONE

---

- Conoscere cosa sono le dimostrazioni matematiche e come differiscono da altri tipi di ragionamento matematico;
- Seguire catene di ragionamenti matematici di diverso tipo e nel valutarne la validità;
- Avere un'idea dell'euristica ("Che cosa può o non può accadere? E perché?");
- Creare ed esprimere ragionamenti matematici.

# COMUNICAZIONE

---

- Sapersi esprimere in vari modi su questioni di carattere matematico, in forma orale e scritta
- Comprendere gli enunciati scritti od orali di altre persone circa tali questioni.

## Apprendimenti di base

# Il serbatoio d'acqua

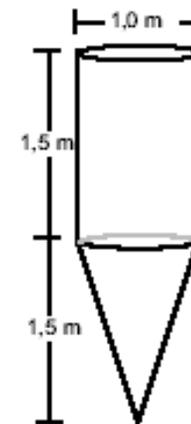
(scheda di lavoro, autore M. Chiesa)

Un serbatoio per l'acqua ha la forma e le dimensioni indicate nella figura.

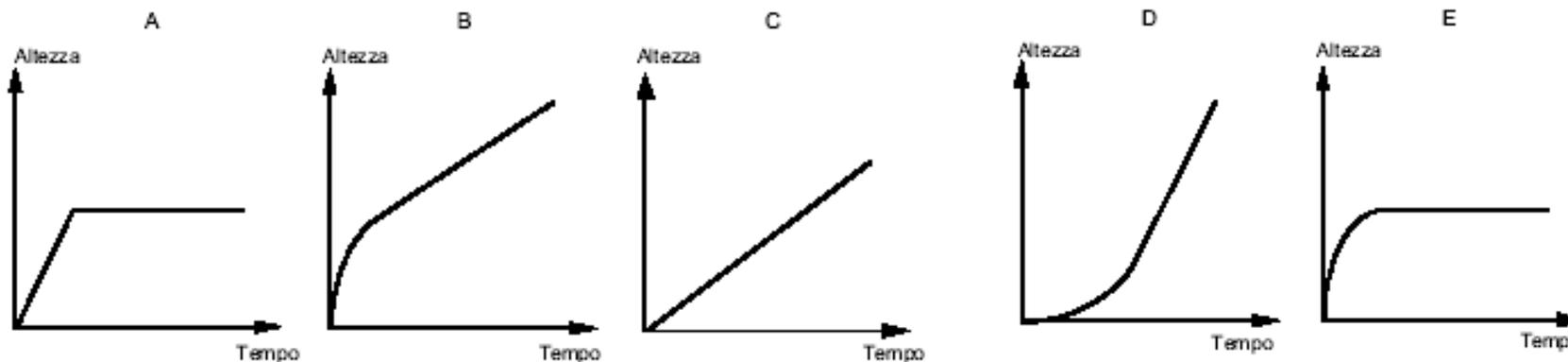
All'inizio il serbatoio è vuoto, poi viene riempito di acqua velocità di un litro al secondo.

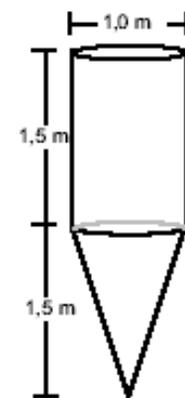
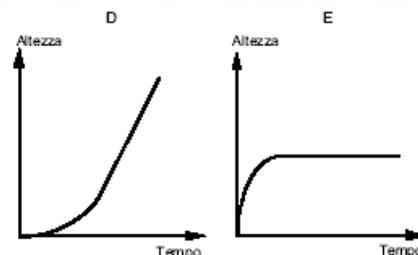
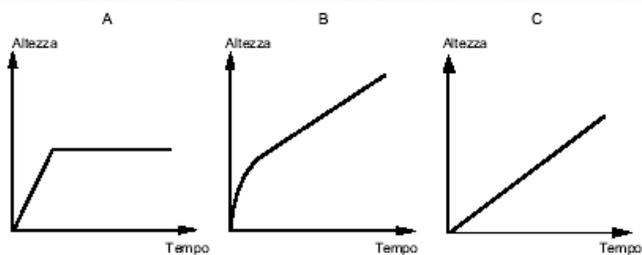
Quale dei seguenti grafici mostra come cambia l'altezza del livello dell'acqua con il passare del tempo? ....

Motiva la tua risposta e scrivi perché hai scartato gli altri



Serbatoio per l'acqua





Serbatoio per l'acqua

“Non può essere A perché dopo un breve tratto di movimento la linea si ferma. Non può essere D perché l'andamento all'inizio è troppo lento e dopo è troppo veloce. Non può essere E perché dopo l'inizio molto veloce, la linea si ferma. Non può essere C perché l'andamento della linea è costante, ma la forma del serbatoio ha una parte che termina a punta e quindi la velocità di riempimento non è uguale per tutto il serbatoio. Ho scelto B perché la prima parte del grafico è ripida, che vuol dire che all'inizio il riempimento è veloce, poi l'andamento rallenta. Penso che sia giusto perché la prima parte del serbatoio è più stretta e si riempie più velocemente, poi si ingrandisce e si riempie più lentamente”.

# Uso del linguaggio simbolico, formale e tecnico e delle operazioni

---

- Decodificare e interpretare il linguaggio simbolico e formale e nel comprendere il suo rapporto con il linguaggio naturale;
- Tradurre il linguaggio naturale in linguaggio simbolico/formale; nel lavorare con enunciati ed espressioni che contengano simboli e formule;
- Usare variabili, risolvere equazioni ed effettuare calcoli

# PENSIERO E RAGIONAMENTO

---

- Formulare domande che sono tipiche della matematica ("C'è...?", "Se è così, quanti?", "Come troviamo...?"); conoscere i tipi di risposte che la matematica dà a tali domande;
- Distinguere tra diversi tipi di enunciati (definizioni, teoremi, congetture, ipotesi, esempi, affermazioni di tipo condizionale);
- Comprendere e trattare la portata e i limiti di determinati concetti matematici.



## USO DI SUSSIDI E STRUMENTI

---

Questa competenza consiste nel conoscere ed essere capaci di usare vari sussidi e strumenti (comprese le tecnologie dell'informazione) che possono facilitare l'attività matematica e nel conoscerne i limiti.

## Raggruppamenti di processi cognitivi

---

- **Riproduzione:** esecuzione di calcoli, procedure di routine, applicazione di algoritmi standard, abilità tecniche,...
- **Connessione:** interpretazione, collegamenti, mobilitazione di competenze della riproduzione per la risoluzione di problemi familiari, ma non di routine,...
- **Riflessione:** pianificazione di strategie, giustificazione di scelte, argomentazioni

# Caratteristiche di PISA: i livelli di competenza matematica

Livello 6	Sono in grado di concettualizzare, generalizzare e utilizzare informazioni basate sulla propria analisi e modellizzazione di situazioni problematiche complesse
Livello 5	Sono in grado di sviluppare modelli di situazioni complesse e di servirsene
Livello 4	Sono in grado di servirsi in modo efficace di modelli dati applicandoli a situazioni concrete complesse
Livello 3	Sono in grado di eseguire procedure chiaramente definite, comprese quelle che richiedono decisioni di sequenze
Livello 2	Sono in grado di interpretare e riconoscere situazioni che richiedano non più di una inferenza diretta
Livello 1	Sono in grado di rispondere a domande che riguardino contesti familiari



---

**Al livello più basso di competenza descritto, gli studenti portano a termine processi con un unico passaggio che implicano il riconoscimento di contesti familiari e problemi matematicamente ben formulati, utilizzando nozioni e processi matematici molto noti e applicando semplici abilità di calcolo.**

- 
- 
- A un successivo livello di competenza, gli studenti portano a termine compiti più complessi che richiedono un'elaborazione a più passaggi e si basano sul collegamento di più informazioni o sull'interpretazione di diverse rappresentazioni di concetti o informazioni matematiche, riconoscendo quali elementi sono pertinenti e rilevanti e come si collegano uno all'altro.
  - A questo livello essi lavorano con modelli o formulazioni date, spesso in forma algebrica, per individuare soluzioni, o portano a termine brevi sequenze di processi o passaggi di calcolo per arrivare a una soluzione.

- 
- 
- Al livello di competenza più alto, gli studenti assumono un ruolo più creativo e attivo nel loro approccio ai problemi matematici. Interpretano informazioni più complesse e trattano più passaggi di elaborazione.
  - A questo livello gli studenti formulano il problema e spesso sviluppano un modello adeguato che ne favorisce la soluzione. Essi individuano e applicano strumenti e conoscenze pertinenti spesso in un contesto problematico poco familiare, dimostrano intuizione nell'individuare una strategia di soluzione appropriata e mostrano processi cognitivi di ordine superiore quali la generalizzazione, il ragionamento e l'argomentazione nella spiegazione o comunicazione dei risultati.

## I livelli della competenza matematica e la certificazione delle competenze Laboratorio 14 aprile 2010

---

A partire dall'attività proposta:

Evidenziare gli oggetti e i concetti matematici coinvolti, gli ostacoli epistemologici e didattici, la prassi didattica usuale

Ipotizzare lo svolgimento nella propria classe, modificando l'attività in modo da adattarla ai diversi livelli scolastici.

Per ciascun livello scolastico, declinare gli obiettivi di apprendimento e i traguardi di competenze che si intendono sviluppare nonché i relativi livelli, con riferimento al quadro OCSE-PISA (oppure ai Documenti sull'Obbligo di Istruzione).

# Competenza in Matematica

**Concetti**

**Algoritmi**

**Problemi**

**Comunicazione**

**Rappresentazione**

**Apprendimento concettuale**

**Apprendimento algoritmico**

**Apprendimento di strategie**

**Apprendimento comunicativo**

**Gestione delle rappresentazioni**

M. Fandino – Pinilla, *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*, Erickson

**Competenza matematica**



---

**CRAZIE**