

Le competenze matematiche Le prove di valutazione nazionali e internazionali

Quali stimoli per gli insegnanti di matematica?

Aurelia Orlandoni

E-mail: aurelia.orlandoni@libero.it

**Alcune slides tratte da una presentazione
di Paola Veronesi su un'attività sviluppate
nell'ambito del progetto EM.MA
(www.matematicainsieme.it)**

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Un'altra tipologia di quesito: la distanza

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

La distanza

**Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra?**

Giustifica la tua risposta.

Ambiti di riferimento:

Lo spazio, il numero, la misura

Tipologia di quesito: OCSE

Quali competenze sono necessarie?

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola,
Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una
dall'altra? Giustifica la tua risposta.

.....

- Decodifica del testo;
- Individuazione di dati mancanti nel testo di un problema;
- Capacità di visualizzazione spaziale, collocazione spaziale e orientamento;
- Individuazione di elementi geometrici (distanza come segmento; triangolo come oggetto geometrico individuato da tre punti; circonferenza come luogo dei punti equidistanti da un punto dato);
- Rappresentazione grafica della situazione;
- Capacità di identificare problemi con soluzioni multiple;
- Capacità di individuare e descrivere un intervallo numerico;
- Modellizzazione di una situazione-problema;
- Misura di segmenti.

Quali risposte possiamo attenderci?

1. $5 + 2 = 7$ (somma delle distanze)
2. $5 - 2 = 3$ (differenza tra le distanze)
3. nessuna risposta
4. non si può sapere, dipende, ...”
5. tentativo di risoluzione grafica inesatto
6. qualunque valore tra 3 e 7
 - 6a. soluzione aritmetica
 - 6b. soluzione geometrica
 - 6c. rappresentazione dell’intervallo con i simboli di $>$ $<$ \geq \leq .
7. altre risposte divergenti.

La sperimentazione

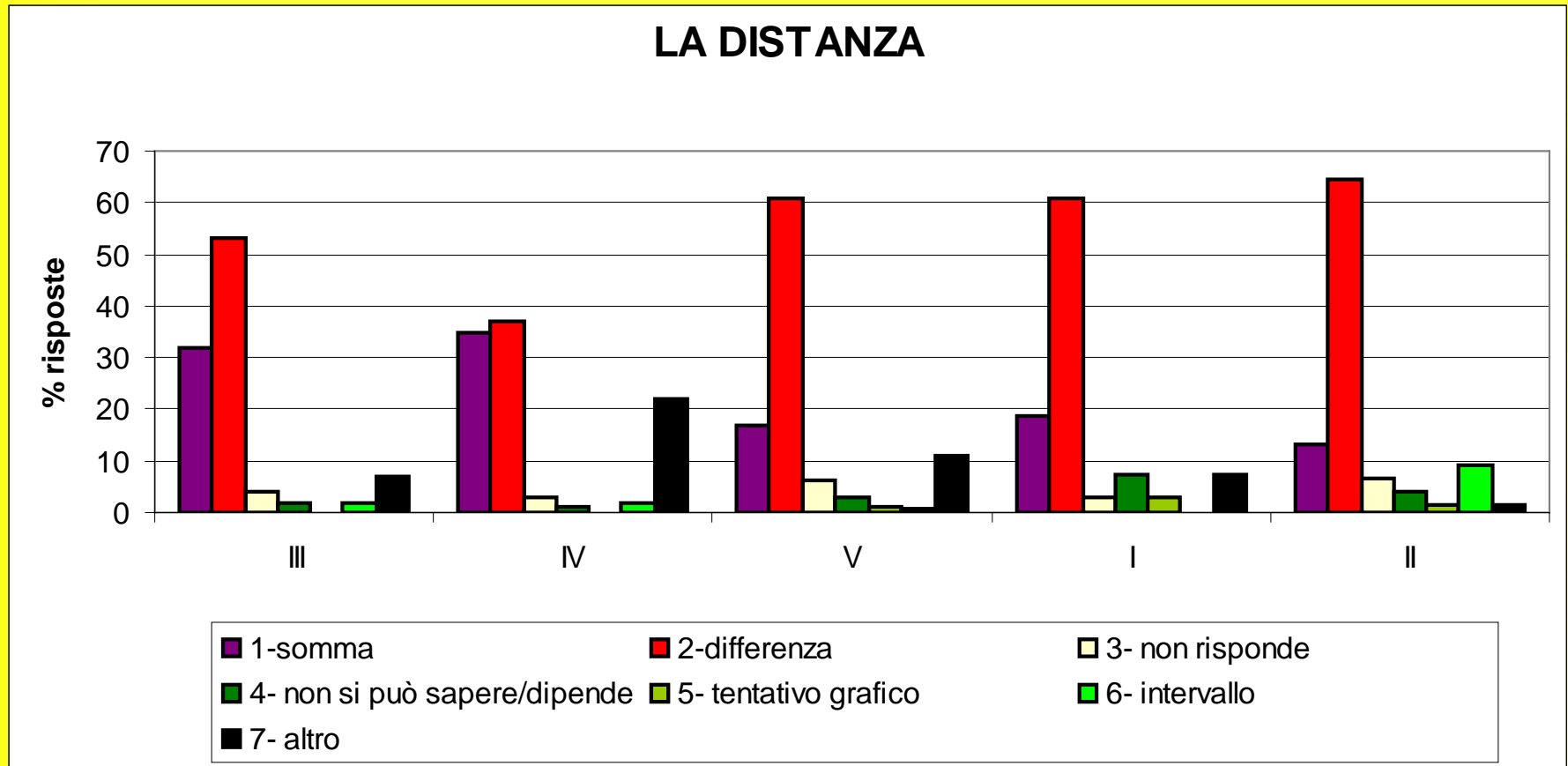
Il quesito è stato proposto in un Istituto comprensivo alle classi 3^a, 4^a e 5^a di scuola primaria e alle classi 1^a e 2^a di Scuola Secondaria di 1° Grado.

Il campione della sperimentazione è stato di 26 classi (20 di sc. Primaria e 6 di secondaria) per un totale di 570 alunni (425 della sc. Primaria e 145 della Secondaria).



Quali risultati?

LA DISTANZA - Risultati in grafico



In III e IV elementare: SOMMA e DIFFERENZA

In V elementare, I e II media: DIFFERENZA

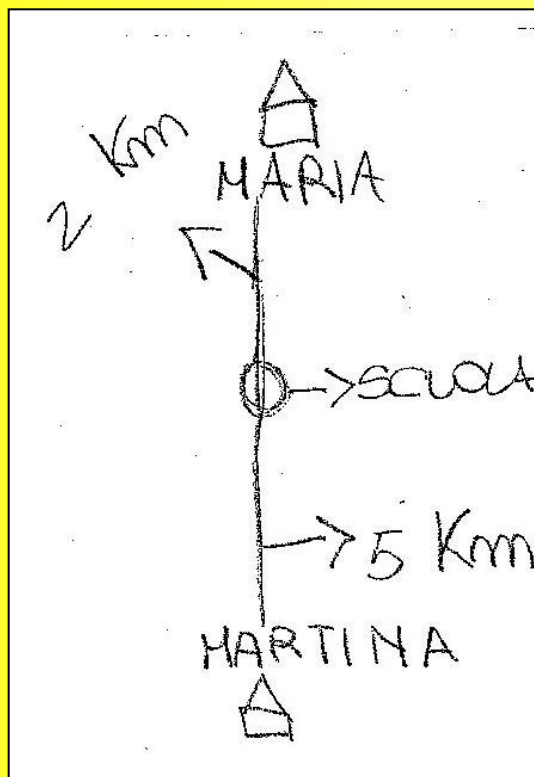
Le risposte (4, 5 e 6) che possono indicare l'abbandono delle strategie risolutive tipiche del modello lineare sono rarissime

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Cosa ci dicono i protocolli dei ragazzi?

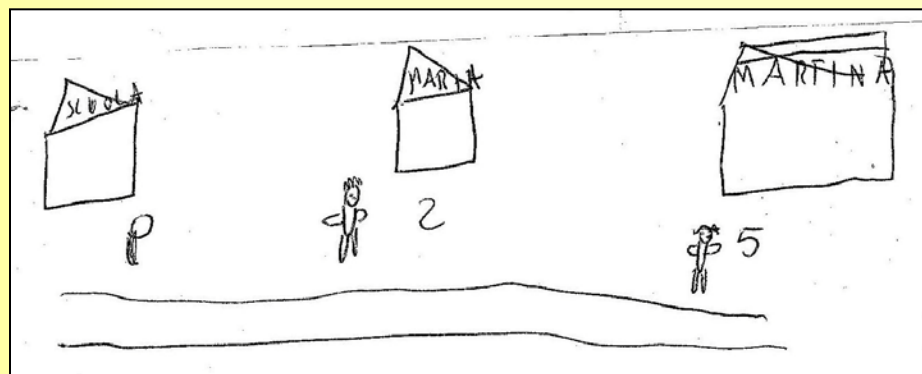
Problema LA DISTANZA

SOMMA e DIFFERENZA: Le due case e la scuola sono 3 punti allineati



SOMMA: la scuola è in mezzo

DIFFERENZA: la casa di Maria è in mezzo

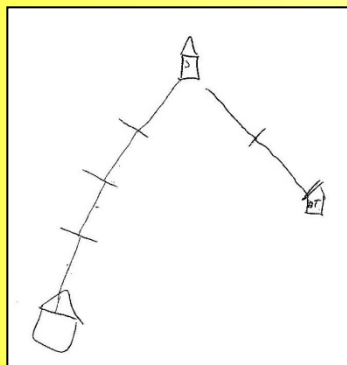
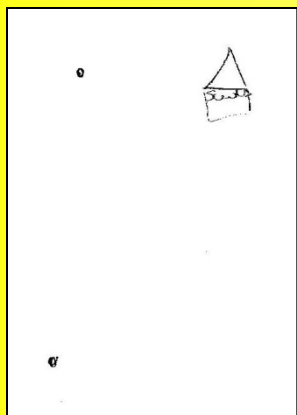
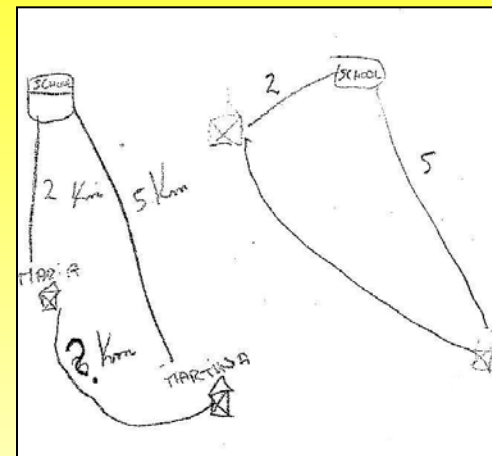
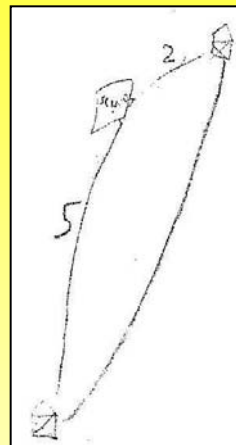
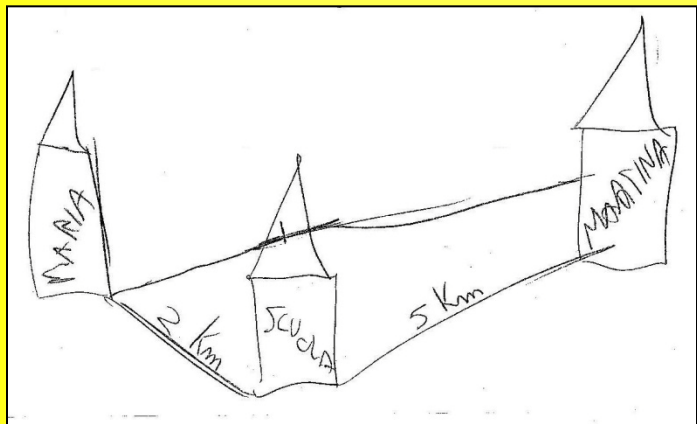


Rappresentazioni di alunni di V elementare

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

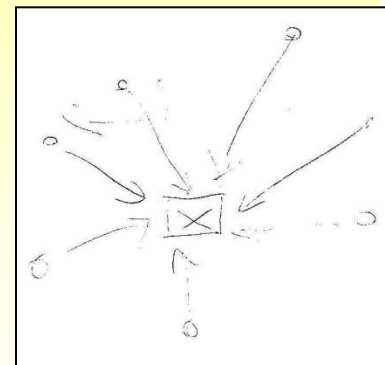
Problema LA DISTANZA

TENTATIVI GRAFICI di ABBANDONO DEL MODELLO MONODIMENSIONALE



Gli oggetti tendono a diventare punti, le distanze segmenti ...

ma è ancora assente una modellizzazione geometrica più avanzata.



Rappresentazioni di alunni di V elementare e I media

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Problema LA DISTANZA

Alcune risposte verbali più avanzate

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

NON C'È UN PUNTO DI RIFERIMENTO DA DOVE ABITA
MARTINA E MARTINA NON SI PUÒ FARE

Ricerca di un "punto di riferimento"

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola; Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

Non si può misurare quanto sono distanti perché dovrebbe essere
sotto la persona, se non si sa da che casa mai si può
misurare la distanza

Non si può
sapere/dipende

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

1. MARIA E MARTINA ABITANO A 3 Km DI DISTANZA
2. MARIA E MARTINA ABITANO A 7 Km DI DISTANZA
Ho SCELTO DUE RISPOSTE PERCHÉ SECONDO ME QUESTE DUE RISPOSTE SONO
CORRETTE

Modello
monodimensionale con
abbandono dell'unicità
della soluzione

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

Abitano lontane fino a sette metri di distanza
calcolano questi chilometri e li mettono col arrivare a scuola

Identificazione di
molteplici soluzioni
possibili ("fino a 7 km")

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

NON SI PUÒ SAPERE PERCHÉ MARTINA PUÒ ESSERE LONTANA
DALLA SCUOLA CINQUE CHILOMETRI IN TUTTE LE DIREZIONI
NON SAPPIAMO DA CHE PARTE È RISPETTO A MARIA

"Può essere lontana in
tutte le direzioni"

Problema LA DISTANZA

Alcune risposte in II media

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

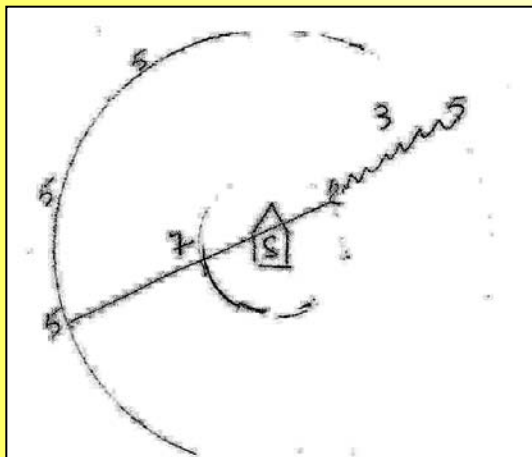
CINQUE. PERCHÉ NON DICE CINQUE DALLA SCUOLA?

Contestazione del testo:
"Cinque km da cosa?"

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

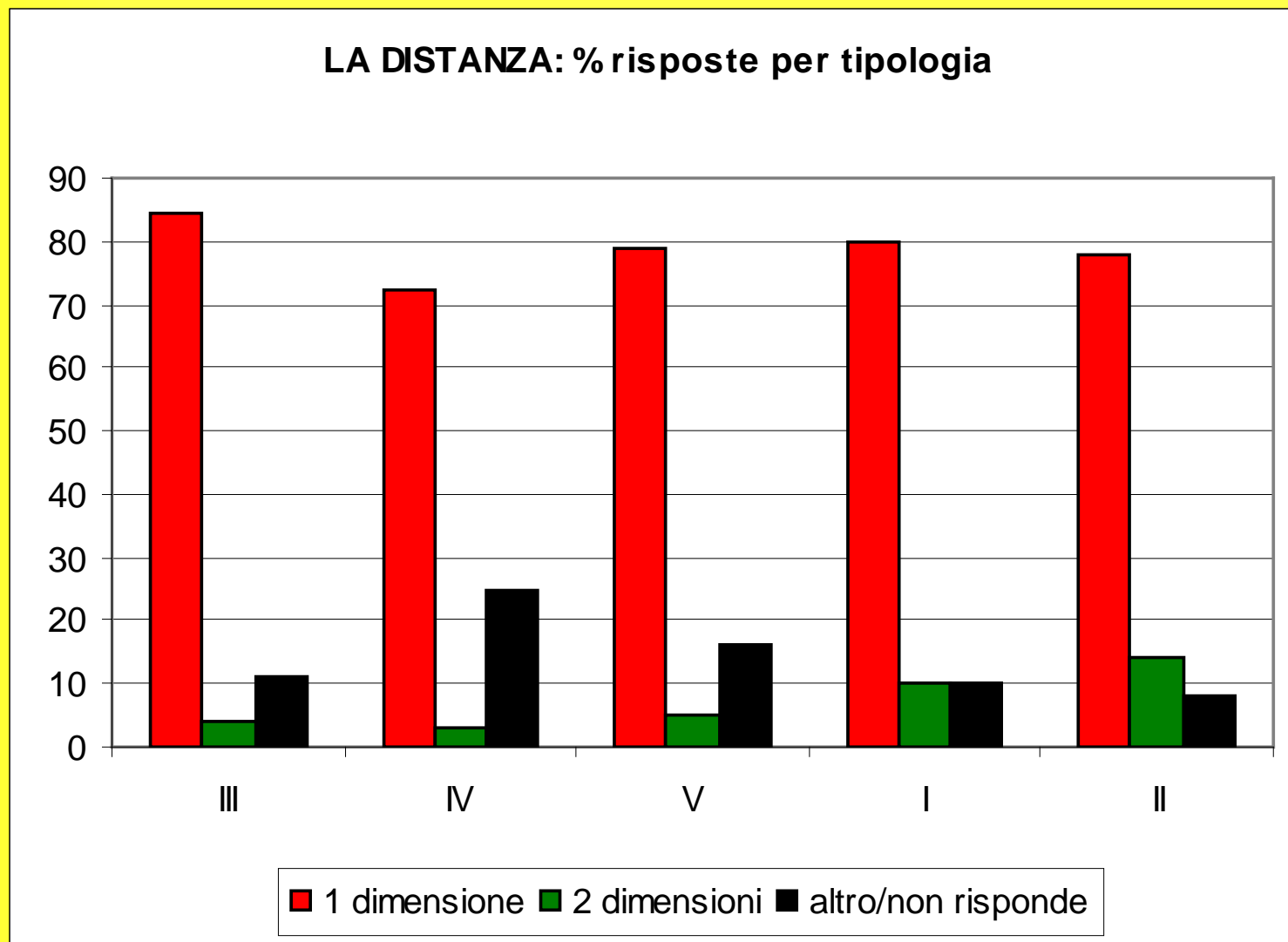
MARTINA ABITA 3 km PIÙ LONTANO DI MARIA, RISPETTO ALLA SCUOLA. QUINDI SE ADDESSO
SULLA STESSA VIA DIVEREBBERO 3 km l'una dall'altra, MA SE ABITASSERO SU
VIE DIVERSE LA DISTANZA VARIEREBBE A 7. $3 \leq x \leq 7$

Quattro studenti definiscono l'intervallo corretto delle soluzioni: $3 \leq x \leq 7$

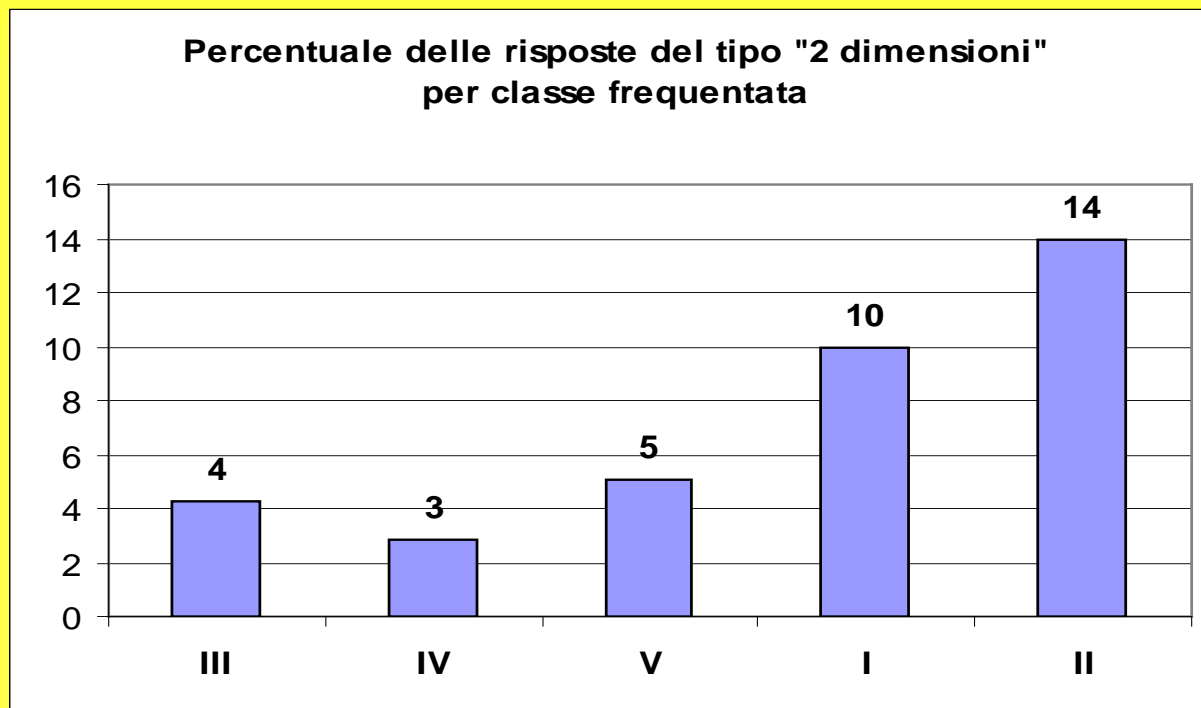


Un solo ragazzo disegna le due circonferenze concentriche intorno alla scuola e giustifica l'esistenza di molteplici possibili soluzioni

Problema: LA DISTANZA



Problema : LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati



- L'evoluzione verso risposte che adottano un modello bidimensionale è positiva dalla III elementare alla II media ma ancora troppo limitata
- I tentativi di modellizzazione geometrica sono rari e spesso "ingenui" (prevale ancora il "disegno" sul "modello")
- L'idea di una possibile molteplicità di soluzioni di un problema (o di un intervallo di soluzioni possibili) è praticamente assente nella cultura scolastica dei nostri alunni

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado "G. Ferraris - Modena

**Altre ipotesi
di lavoro:**

la discussione didattica...

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Classe 1^a media

distanza - SMART Notebook

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Disegna ?

Maria abita a 2 km di distanza dalla scuola, Martina a 5 km.
Quanto abitano lontane Maria e Martina una dall'altra?
Giustifica la tua risposta

Adesso parliamone. Come avete risposto?

$2 + 5 = 7 \Rightarrow$ 1 alunno
 $5 - 2 = 3 \Rightarrow$ 19 alunni
altre risposte \Rightarrow 2 alunni:

- *è impossibile risolvere il problema perchè mancano dei dati*
- *dipende*

Sequenza pagine
Ricerca
Altri aiuti

Sotto il dubbio!!!

Chi ha "trovato" la soluzione giusta?

secondo me dipende da dove si trovano le case di Martina e di Maria...

si bisogna vedere dove si trovano rispetto alla scuola...

come possiamo aiutarci?

con un disegno....

Senza alcun intervento da parte del docente passano da una rappresentazione monodimensionale a una bidimensionale e infine alle circonferenze concentriche

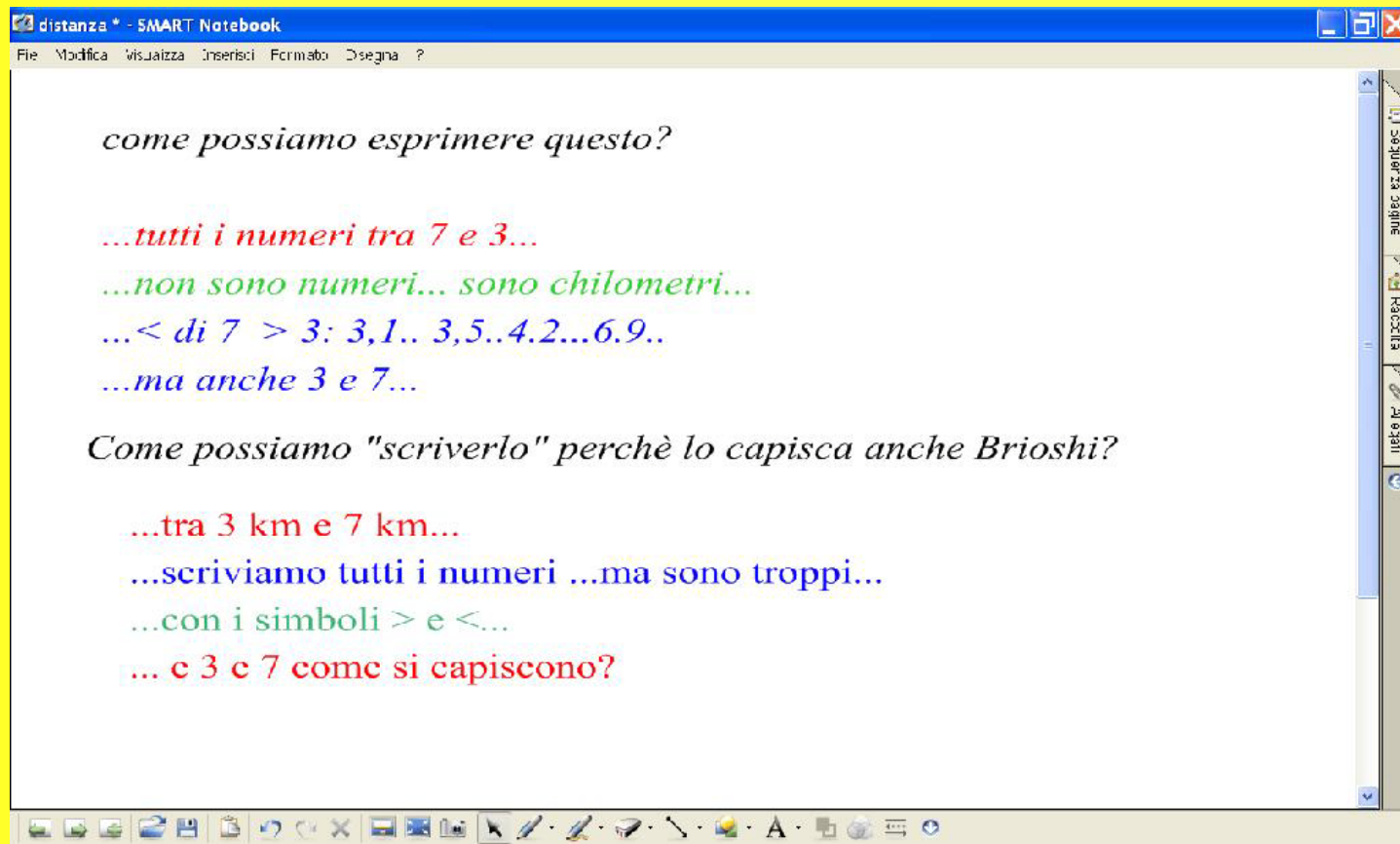
...oppure...

...oppure...

$x = \text{Maria}$
 $x = \text{Martina}$
 $x = \text{scuola}$
 $\text{—} = 7 \text{ km}$
 $\text{—} = 3 \text{ km}$

tra 7 km e 3 km possono esserci anche altre distanze...

Un passo in più...



Nonostante le sollecitazioni non arrivano, però, alla rappresentazione dell'intervallo con i simboli: $>$ $<$ \geq \leq .

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Alcune domande aperte..

- Le difficoltà mostrate dai nostri alunni sono riconducibili solo a una “scarsa” capacità di comprendere il testo?
- Quanto sono condizionati dalle “idee”:
 - *Matematica = numeri, operazioni...*
 - *Problemi = operazioni = una soluzione ?*

Cosa possiamo
fare?

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

Dall'analisi dei risultati ottenuti, degli errori compiuti, dei protocolli e delle strategie risolutive applicate si possono dedurre diverse possibili direzioni di intervento:

- Insistere, sin dalle prime classi della scuola primaria, sulla decodifica e comprensione del testo
- Proporre situazioni problematiche che prevedano più soluzioni
- Potenziare le capacità di rappresentazione geometrica di situazioni problematiche e quelle di rappresentazione verbale e formale di intervalli numerici
- Richiedere un adeguato utilizzo di strumenti e linguaggi specifici.
- Favorire una didattica di tipo metacognitivo attraverso la riflessione, individuale e collettiva, sui risultati e i processi risolutivi proposti.
- Favorire una didattica di tipo laboratoriale che permetta di arrivare alla modellizzazione.

Paola Veronesi – Scuola Secondaria di 1° Grado “G. Ferraris - Modena

**Andando avanti anche alle superiori
.... E se usassi le tecnologie?**

Un esempio con TI-nspire:

Distanza 1

Distanza 2